

*Castelnovo ne' Monti, 9 maggio 2018*

# Errori e difficoltà in matematica

Riflessioni e proposte didattiche

## PARTE 2

Rosetta Zan  
rosetta.zan@unipi.it

Riassumendo...

Esempio 1:  
Sottrazione

Esempio 2:  
Il segno di =

Esempio 3:  
La gita

Esempio 4:  
Vicino a 100

Esempio 12:  
La somma di pari

Esempio 11:  
'Non tutti'

Esempio 10:  
Vaso cinese

Esempio 9:  
Le parentesi

Esempio 8:  
Alessandro

Esempio 7:  
Azzurra



**OSSERVAZIONE:**  
Una galleria di  
comportamenti

Esempio 5:  
L'età del capitano

Esempio 6:  
Le altezze

## INTERPRETAZIONE

Esempio 1:  
Sottrazione

Esempio 2:  
Il segno di =

Esempio 3:  
La gita

Esempio 4:  
Vicino a 100

Esempio 12:  
La somma di pari

Esempio 11:  
'Non tutti'

Esempio 10:  
Vaso cinese

Esempio 9:  
Le parentesi

Esempio 8:  
Alessandro

Esempio 7:  
Azzurra



**OSSERVAZIONE:**  
Una galleria di  
comportamenti

Esempio 5:  
L'età del capitano

Esempio 6:  
Le altezze

## INTERPRETAZIONE

Esempio 1:  
Sottrazione

Esempio 2:  
Il segno di =

Esempio 3:  
La gita

Esempio 4:  
Vicino a 100

Esempio 12:  
La somma di pari

Esempio 11:  
'Non tutti'

Esempio 10:  
Vaso cinese

Apprendimento come  
attività costruttiva:  
- I MISCONCETTI

Esempio 5:  
L'età del capitano

Esempio 6:  
Le altezze

Esempio 9:  
Le parentesi

Esempio 8:  
Alessandro

Esempio 7:  
Azzurra

# INTERPRETAZIONE

Esempio 1:  
Sottrazione

Esempio 2:  
Il segno di =

Esempio 3:  
La gita

Esempio 4:  
Vicino a 100

Esempio 12:  
La somma di pari

Esempio 11:  
'Non tutti'

Esempio 10:  
Vaso cinese

Caratteristiche della  
matematica:

- IL LINGUAGGIO
- LA RAZIONALITÀ

Esempio 5:  
L'età del capitano

Esempio 6:  
Le altezze

Esempio 9:  
Le parentesi

Esempio 8:  
Alessandro

Esempio 7:  
Azzurra

## INTERPRETAZIONE

Esempio 1:  
Sottrazione

Esempio 2:  
Il segno di =

Esempio 3:  
La gita

Esempio 4:  
Vicino a 100

Esempio 12:  
La somma di pari

Esempio 11:  
'Non tutti'

Esempio 10:  
Vaso cinese

- Basso senso di auto-efficacia
- Visione distorta della matematica

Esempio 9:  
Le parentesi

Esempio 8:  
Alessandro

Esempio 7:  
Azzurra

Esempio 5:  
L'età del capitano

Esempio 6:  
Le altezze

## INTERPRETAZIONE

Apprendimento come  
attività costruttiva:  
- I MISCONCETTI

La matematica:  
- IL LINGUAGGIO  
- LA RAZIONALITÀ

RESPONSABILITÀ  
DELL'INSEGNAMENTO

- Basso senso di auto-efficacia
- Visione distorta della matematica



## INTERPRETAZIONE

Apprendimento come  
attività costruttiva:

- I MISCONCETTI



RESPONSABILITÀ  
DELL'INSEGNAMENTO

- può favorire la costruzione di MISCONCETTI
- più in generale ignorare le implicazioni di tale modello può portare a scelte didattiche inadeguate

## INTERPRETAZIONE

La matematica:

- IL LINGUAGGIO
- LA RAZIONALITÀ



RESPONSABILITÀ  
DELL'INSEGNAMENTO

The diagram consists of a red oval containing the text 'RESPONSABILITÀ DELL'INSEGNAMENTO'. A red arrow points from the top right of this oval towards a light blue box in the upper right corner of the slide. This box contains the text 'La matematica:' followed by a bulleted list: '- IL LINGUAGGIO' and '- LA RAZIONALITÀ'.

→ Ignorare il rapporto complesso fra:  
LINGUAGGIO QUOTIDIANO / LINGUAGGIO MATEMATICO  
può portare a forzare precocemente l'uso di un linguaggio  
formale.

## INTERPRETAZIONE

La matematica:

- IL LINGUAGGIO
- LA RAZIONALITÀ

RESPONSABILITÀ  
DELL'INSEGNAMENTO

The diagram consists of a red oval containing the text 'RESPONSABILITÀ DELL'INSEGNAMENTO'. A red arrow points from the top right of this oval to a light blue box containing the text 'La matematica:' followed by a bulleted list: '- IL LINGUAGGIO' and '- LA RAZIONALITÀ'. The entire diagram is enclosed in a red rectangular border.

→ Ignorare il ruolo della RAZIONALITÀ QUOTIDIANA può portare a non sfruttare nel modo adeguato il riferimento al vissuto dell'allievo e alle sue esperienze di vita reale, che possono diventare ostacoli invece che risorse (v. ad esempio la formulazione dei problemi).

## INTERPRETAZIONE

- Da quali pratiche didattiche nascono?
- Come si possono prevenire / sradicare?

```
graph TD; A([RESPONSABILITÀ DELL'INSEGNAMENTO]) --> B[Basso senso di auto-efficacia<br/>• Visione distorta della matematica];
```

RESPONSABILITÀ  
DELL'INSEGNAMENTO

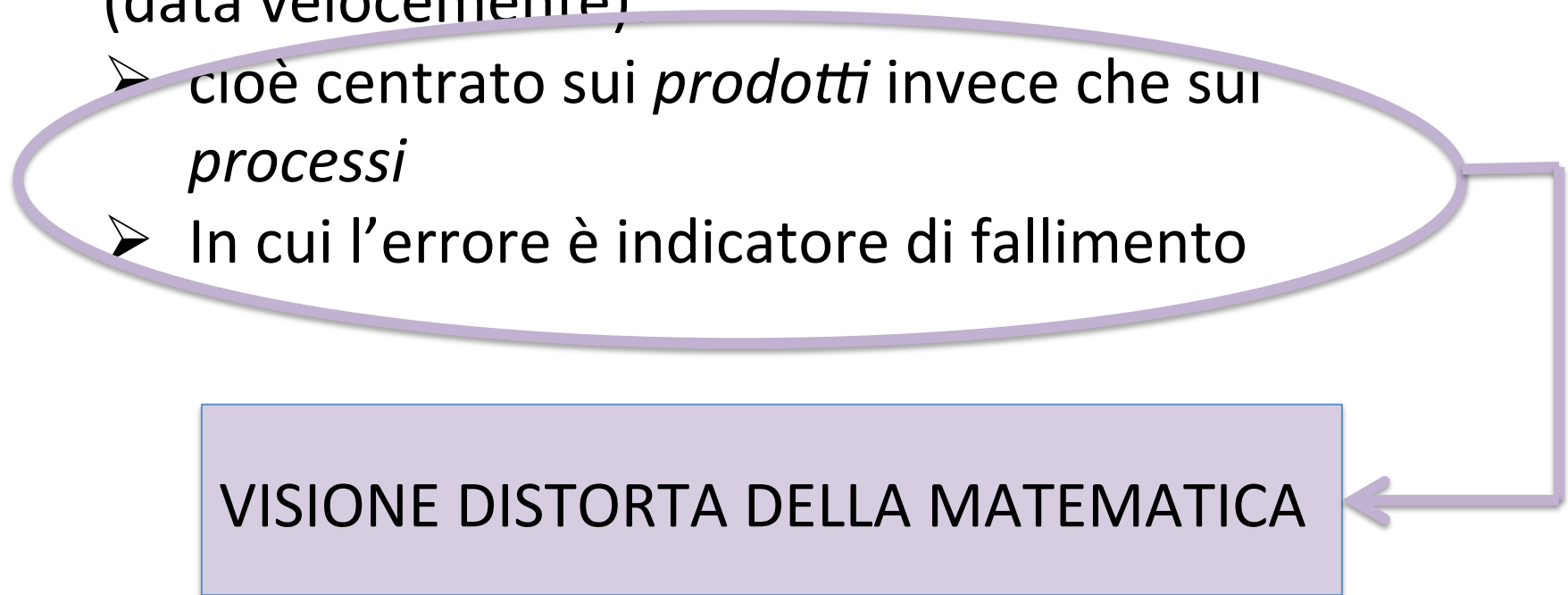
- Basso senso di auto-efficacia
- Visione distorta della matematica

## BASSO SENSO DI AUTO-EFFICACIA

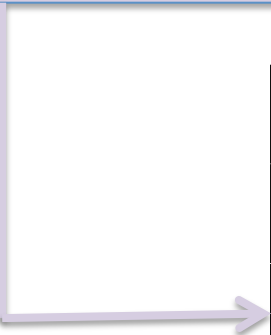
Responsabilità di un insegnamento:

- poco incoraggiante
- che fatica a sospendere / modificare un giudizio
- che identifica il successo con la risposta corretta (data velocemente):
  - cioè centrato sui *prodotti* invece che sui *processi*
  - In cui l'errore è indicatore di fallimento

VISIONE DISTORTA DELLA MATEMATICA



## VISIONE DISTORTA DELLA MATEMATICA

- 
- ridotta a regole da memorizzare
  - esercizi ripetitivi e percepiti come artificiosi
  - l'errore è indice di fallimento
  - linguaggio criptico, di cui non si coglie il senso

# Responsabilità di un insegnamento:

- centrato sulle *regole*
- su *esercizi* ripetitivi

**APPROFONDIAMO...**

- in cui l'errore è visto come nemico e non risorsa
- centrato sui *prodotti*, cioè sulla correttezza dei risultati
- che impone un linguaggio difficile senza preoccuparsi di motivarne il senso

# La parola 'regola'...

- nel linguaggio quotidiano
- nella pratica didattica



# La parola 'regola'...

- nel linguaggio quotidiano

# Regola (dizionario Hoepli)

Norma dell'agire che prescrive il modo in cui comportarsi in determinate circostanze:  
*trasgredire, violare, rispettare la r.; le regole del gioco; le regole della buona educazione*

FARE

DOVERE



DOVER FARE

# La parola 'regola'...

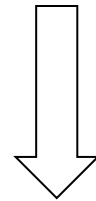
- nel linguaggio quotidiano
- nella pratica didattica

Nell'insegnamento della matematica una  
'regola' nasce...

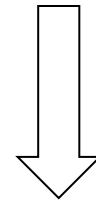
→ attraverso un semplice meccanismo  
linguistico

Un numero è divisibile per 3 se e solo se la somma delle sue cifre è divisibile per 3.

“FATTO”  
MATEMATICO



diventa

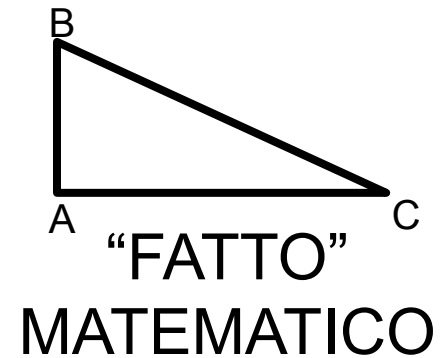


Per vedere se un numero è divisibile per 3  
bisogna sommare le sue cifre: se questa  
somma è divisibile per 3, lo è anche il  
numero di partenza.

REGOLA

→ Comportamento che si *deve* seguire

In un triangolo rettangolo la somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti AB e AC è uguale all'area del quadrato costruito sull'ipotenusa BC.  
In formula:  $a^2 = b^2 + c^2$



Per trovare l'ipotenusa BC di un triangolo rettangolo conoscendo i cateti AB e AC bisogna...

$$a = \sqrt{b^2 + c^2}$$

Per trovare il cateto AC conoscendo l'ipotenusa BC e l'altro cateto AB bisogna...

$$b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

Per trovare il cateto AB conoscendo l'ipotenusa BC e l'altro cateto AC bisogna...

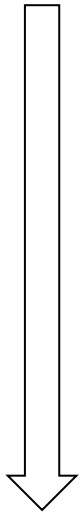
$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

...tante e diverse, a seconda della situazione

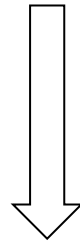
REGOLA

$$\text{PESO LORDO} = \text{PESO NETTO} + \text{TARA}$$

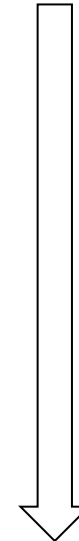
“FATTO”  
MATEMATICO



Per trovare il peso netto si  
deve fare:  
 $\text{PESO LORDO} - \text{TARA}$



Per trovare il peso lordo si  
deve fare:  
 $\text{PESO NETTO} + \text{TARA}$



Per trovare la tara si deve fare:  
 $\text{PESO LORDO} - \text{PESO NETTO}$

REGOLE

Nell'insegnamento della matematica una  
'regola' nasce...

→ attraverso un semplice meccanismo  
linguistico

... che trasforma un 'fatto matematico' di  
per sé neutrale in un comportamento da  
seguire.



# Trasformare in 'regole' fatti matematici:

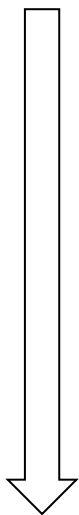
- tende a trasformare i **problemi** in **esercizi**, in quanto per ogni situazione si individua cosa deve fare l'allievo

ESERCIZIO: conosco una procedura da applicare per raggiungere l'obiettivo

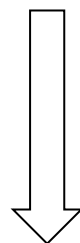
PROBLEMA: non conosco una procedura da applicare per raggiungere l'obiettivo

$$\text{PESO LORDO} = \text{PESO NETTO} + \text{TARA}$$

“FATTO”  
MATEMATICO



Per trovare il peso netto si  
deve fare:  
 $\text{PESO LORDO} - \text{TARA}$



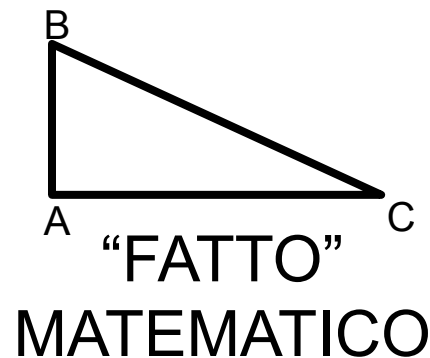
Per trovare il peso lordo si  
deve fare:  
 $\text{PESO NETTO} + \text{TARA}$



Per trovare la tara si deve fare:  
 $\text{PESO LORDO} - \text{PESO NETTO}$

REGOLE

In un triangolo rettangolo la somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti AB e AC è uguale all'area del quadrato costruito sull'ipotenusa BC.  
In formula:  $a^2 = b^2 + c^2$



Per trovare l'ipotenusa BC di un triangolo rettangolo conoscendo i cateti AB e AC bisogna...

$$a = \sqrt{b^2 + c^2}$$

Per trovare il cateto AC conoscendo l'ipotenusa BC e l'altro cateto AB bisogna...

$$b = \sqrt{a^2 - c^2}$$




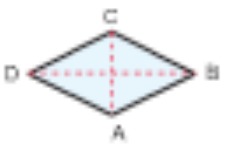
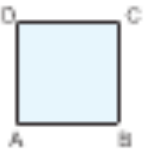
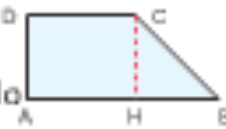
Per trovare il cateto AB conoscendo l'ipotenusa BC e l'altro cateto AC bisogna...

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

...tante e diverse, a seconda della situazione

REGOLE

# SECONDARIA DI 1° GRADO: LE FORMULE INVERSE

figura	formule dirette	formule inverse
triangolo scaleno, isoscele, equilatero 	$A = (\text{base} \times \text{altezza}) : 2$ $A = (AB \times CH) : 2$	$\text{base} = \text{doppia } A : \text{altezza}$ $AB = (A \times 2) : CH$ $\text{altezza} = \text{doppia } A : \text{base}$ $CH = (A \times 2) : AB$
parallelogramma 	$A = \text{base} \times \text{altezza}$ $A = AB \times DH$	$\text{base} = A : \text{altezza}$ $AB = A : DH$ $\text{altezza} = A : \text{base}$ $DH = A : AB$
rettangolo 	$A = \text{base} \times \text{altezza}$ $A = AB \times BC$	$\text{base} = A : \text{altezza}$ $AB = A : BC$ $\text{altezza} = A : \text{base}$ $BC = A : AB$
rombo 	$A = (\text{diag. maggiore} \times \text{diag. minore}) : 2$ $A = (AC \times BD) : 2$	$\text{diag. mag.} = \text{doppia } A : \text{diag. min.}$ $BD = (A \times 2) : AC$ $\text{diag. min.} = \text{doppia } A : \text{diag. mag.}$ $AC = (A \times 2) : BD$
quadrato 	$A = \text{lato} \times \text{lato}$ $A = AB \times BC$	$\text{lato} = \text{quel numero che moltiplicato per se stesso dà la misura della superficie}$
trapezio scaleno, isoscele, rettangolo 	$A = (\text{somma delle basi} \times \text{altezza}) : 2$ $A = (AB + CD) \times CH : 2$	$\text{somma delle basi} = \text{doppia } A : \text{altezza}$ $AB + CD = (A \times 2) : CH$ $\text{altezza} = \text{doppia } A : \text{somma delle basi}$ $CH = (A \times 2) : (AB + CD)$

# Trasformare in 'regole' fatti matematici:

- tende a trasformare i ***problemi*** in ***esercizi***, in quanto per ogni situazione si individua cosa deve fare l'allievo

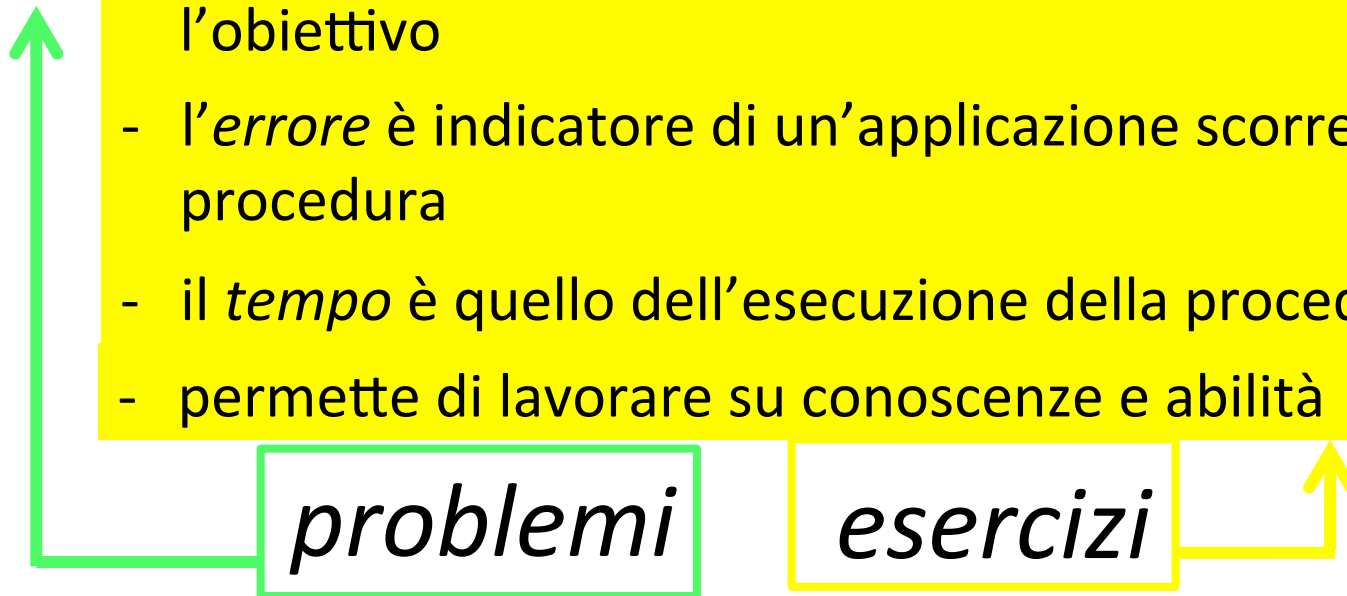
Norma dell'agire che prescrive il modo in cui comportarsi in determinate circostanze.

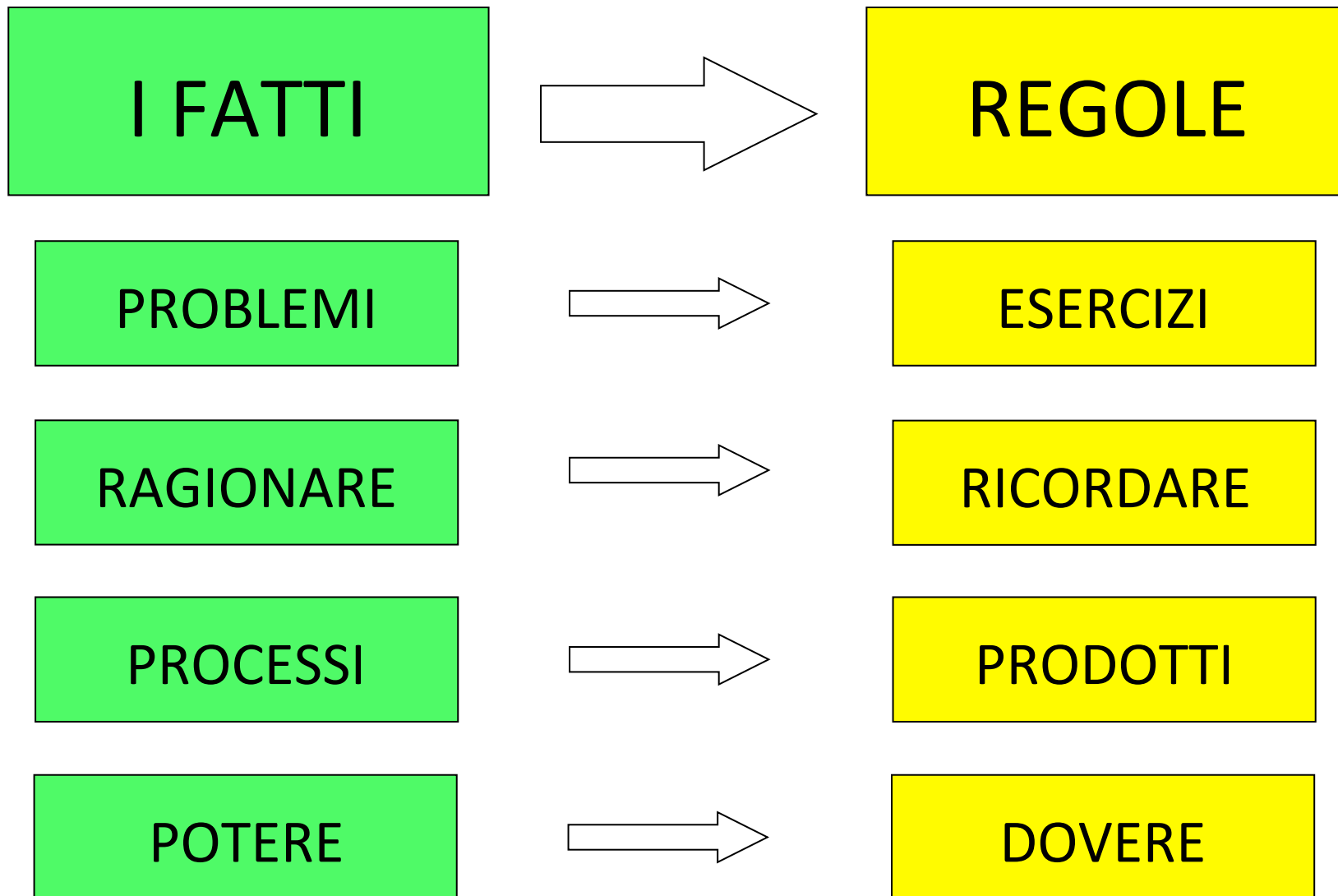
- non c'è una procedura nota da applicare per raggiungere l'obiettivo
- l'*errore* va messo nel conto
- è necessario *tempo*: per riflettere, per esplorare, per congetturare...
- permette di lavorare su abilità, conoscenze, **competenze**

- c'è una procedura nota da applicare per raggiungere l'obiettivo
- l'*errore* è indicatore di un'applicazione scorretta della procedura
- il *tempo* è quello dell'esecuzione della procedura
- permette di lavorare su conoscenze e abilità

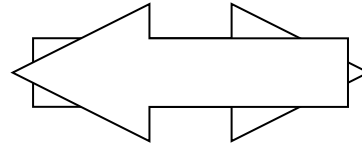
*problemi*

*esercizi*



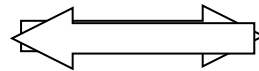


**I FATTI**



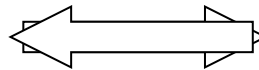
**REGOLE**

**PROBLEMI**



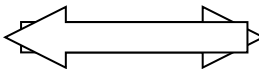
**ESERCIZI**

**RAGIONARE**



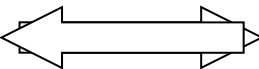
**RICORDARE**

**PROCESSI**



**PRODOTTI**

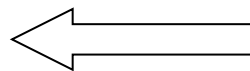
**POTERE**



**DOVERE**

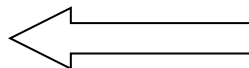


PROBLEMI



ESERCIZI

PROCESSI



PRODOTTI

- **i problemi** sono centrali nell'attività matematica
- **i processi tipici della matematica** sono messi in moto dai problemi

COMPRENDERE

ESPLORARE

CONGETTURARE

DIMOSTRARE  
RISOLVERE

CONTROLLARE

**AFFRONTARE  
PROBLEMI**

- L'insegnamento della matematica deve quindi lavorare sui *processi* tipici della matematica
  - che richiedono tempi lunghi
  - un modo diverso di vedere l'errore
  - un'idea diversa di successo

prodotti → processi  
**ARGOMENTAZIONE**

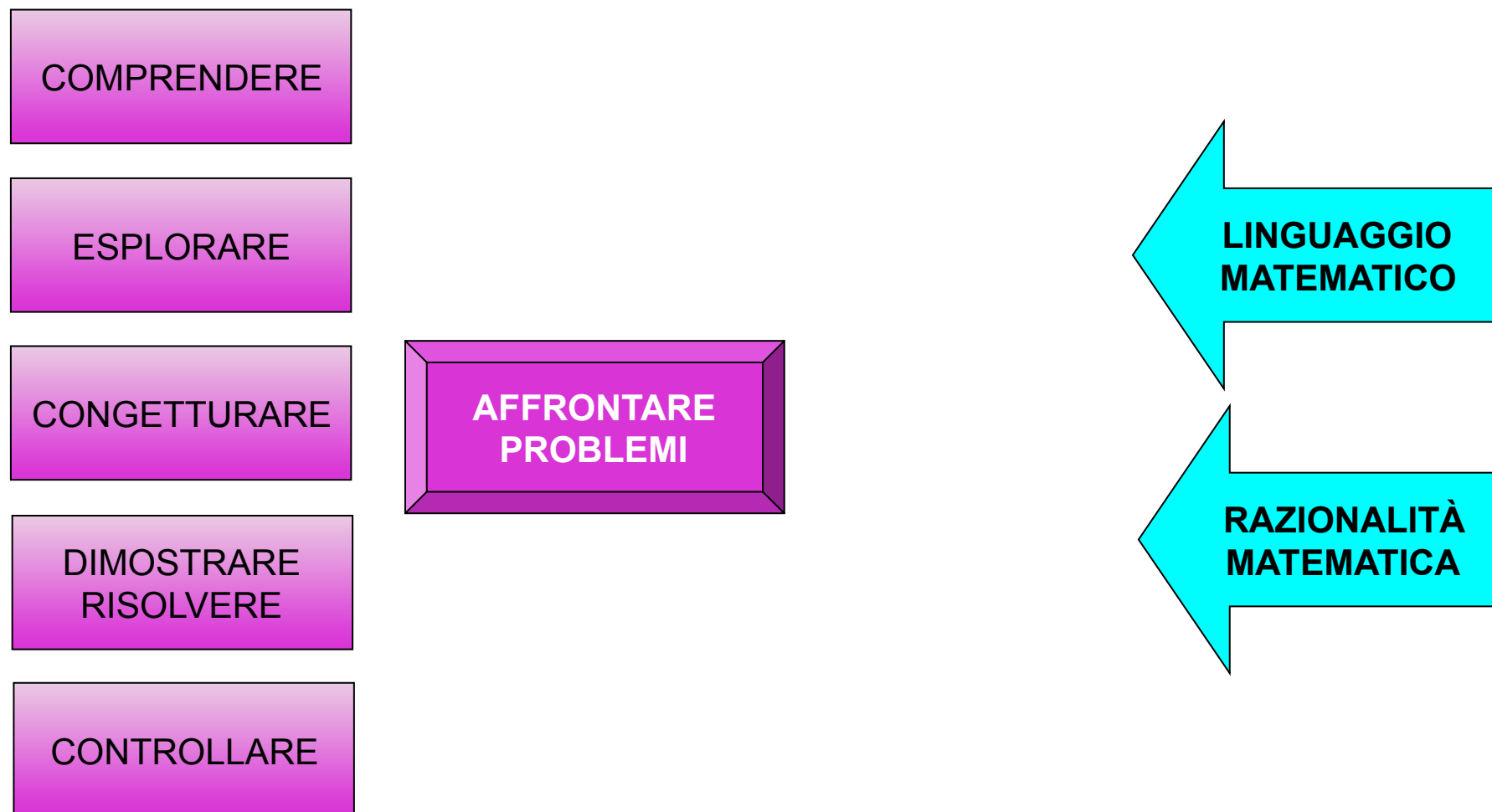
# Una strategia generale...

- Fare in modo che non sia possibile una “ risposta corretta” che prescinda dai processi di pensiero.

Esempi:

- *Non* chiedere “Trova...”, ma chiedere solo: “Come faresti a trovare...?”
- Eliminare i dati numerici, chiedendo:  
“Quali dati ti servirebbero?”

- **i problemi** sono centrali nell'attività matematica
- **i processi tipici della matematica** sono messi in moto dai problemi



- Abbiamo analizzato un uso della parola ‘regola’ nell’insegnamento della matematica coerente con quello tipico del linguaggio quotidiano

Norma dell'agire che prescrive il modo in cui comportarsi in determinate circostanze.

- In realtà nella pratica didattica la parola ‘regola’ viene usata anche in un’accezione diversa da quella tipica del linguaggio quotidiano

# Un'indagine con insegnanti del 1° ciclo

**Fai l'esempio di una *regola* di  
matematica che in genere insegni**

Alcune risposte



- Il perimetro è la misura del contorno.
- Gli algoritmi delle operazioni.
- Nelle espressioni le moltiplicazioni e le divisioni hanno la 'precedenza' sulle addizioni e sottrazioni.
- La somma degli angoli interni di un triangolo è  $180^\circ$ .
- ...

**REGOLA: Qualsiasi fatto matematico che può risultare utile e quindi va memorizzato**

- Nelle espressioni le moltiplicazioni e le divisioni hanno la 'precedenza' sulle addizioni e sottrazioni.
- La somma degli angoli interni di un

Norma dell'agire che prescrive il modo in cui comportarsi in determinate circostanze.

**REGOLA: Qualsiasi fatto matematico che può risultare utile e quindi va memorizzato**

Anche questo uso è rischioso dal  
punto di vista didattico

# REGOLA

Nelle espressioni le moltiplicazioni e le divisioni hanno la 'precedenza' sulle addizioni e sottrazioni.

Il perimetro è la misura del contorno.

La somma degli angoli interni di un triangolo è  $180^\circ$ .

Gli algoritmi delle operazioni.

L'uso della parola 'regola' oscura i diversi tipi di *perché* che caratterizzano i diversi 'fatti' matematici

# Perché?

Nelle espressioni le moltiplicazioni e le divisioni hanno la 'precedenza' sulle addizioni e sottrazioni.

Il perimetro è la misura del contorno.

La somma degli angoli interni di un triangolo è  $180^\circ$ .

Gli algoritmi delle operazioni.

L'uso della parola 'regola' oscura i diversi tipi di *perché* che caratterizzano i diversi 'fatti' matematici

Nelle espressioni le moltiplicazioni e le divisioni hanno la 'precedenza' sulle addizioni e sottrazioni.

Perché?

In altre parole perché:

$$3 + 4 \times 5 = 3 + 20 = 23$$

e non:

$$3 + 4 \times 5 = 7 \times 5 = 35$$



CONVENZIONE

Nelle espressioni le moltiplicazioni e le divisioni hanno la 'precedenza' sulle addizioni e sottrazioni.

Perché?

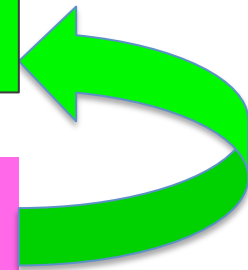
Norma dell'agire che prescrive il modo in cui comportarsi in determinate circostanze.

e non:

$$3 + 4 \times 5 = 7 \times 5 = 35$$

REGOLA

CONVENZIONE



Il perimetro è la misura del contorno.

Perché?

Perché un numero primo è divisibile solo per se stesso e per 1?

Perché un triangolo è un poligono di 3 lati?

**DEFINIZIONE**



La somma degli angoli interni di un triangolo è  $180^\circ$ .

Perché?

Si può *dimostrare*, a partire da altre proprietà geometriche.

In un triangolo rettangolo la somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti AB e AC è uguale all'area del quadrato costruito sull'ipotenusa BC.

**TEOREMA**

In mancanza di INDICATORI LINGUISTICI può non essere evidente se un enunciato è una proprietà che si dimostra o una definizione

Il perimetro è la misura del contorno.

La somma degli angoli interni di un triangolo è  $180^\circ$ .

si può rendere trasparente che si tratta di una definizione

La misura del contorno *si chiama* perimetro.

## Gli algoritmi delle operazioni.

Ad esempio l'algoritmo della moltiplicazione.

$$\begin{array}{r} 326 \times \\ 45 \\ \hline 1630 \\ 1304 \\ \hline 14670 \end{array}$$

Perché si esegue così?

Più precisamente:

- Perché procedendo in questo modo si ottiene proprio  $326 \times 45$ ?

Si può *dimostrare*.

Nell'algoritmo si sottolinea maggiormente l'aspetto della procedura rispetto a quello della dimostrazione.

## Gli algoritmi delle operazioni.

Norma dell'agire che prescrive il modo in cui comportarsi in determinate circostanze.



REGOLA

descrivendo le istruzioni da seguire



Nell'algoritmo si sottolinea maggiormente l'aspetto della procedura rispetto a quello della dimostrazione.

Gli algoritmi delle operazioni.

Norma dell'agire che prescrive il modo in cui comportarsi in determinate circostanze.



REGOLA

descrivendo le istruzioni da seguire

- Ma *devo* procedere in quel modo?

oppure:

- *posso* procedere in quel modo?

# REGOLA

Nelle espressioni le moltiplicazioni e le divisioni hanno la 'precedenza' sulle addizioni e sottrazioni.

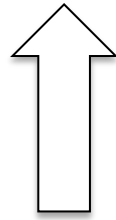
Il perimetro è la misura del contorno.

La somma degli angoli interni di un triangolo è  $180^\circ$ .

Gli algoritmi delle operazioni.

L'uso della parola 'regola' oscura i diversi tipi di *perché* che caratterizzano i diversi 'fatti' matematici

...e che sono importanti per 'dare senso'



L'uso della parola 'regola' oscura i diversi tipi di *perché* che caratterizzano i diversi 'fatti' matematici...

...e che sono importanti per 'dare senso'

Ecco, io non so il “perché” della matematica, perché quello schema, quel procedimento e non un altro; **vorrei proprio sapere i motivi**, le cause, perché così mi sembrano tutte regole astratte e appiccate qui e là.

[Giacomo, 1<sup>a</sup> secondaria di 1° grado]



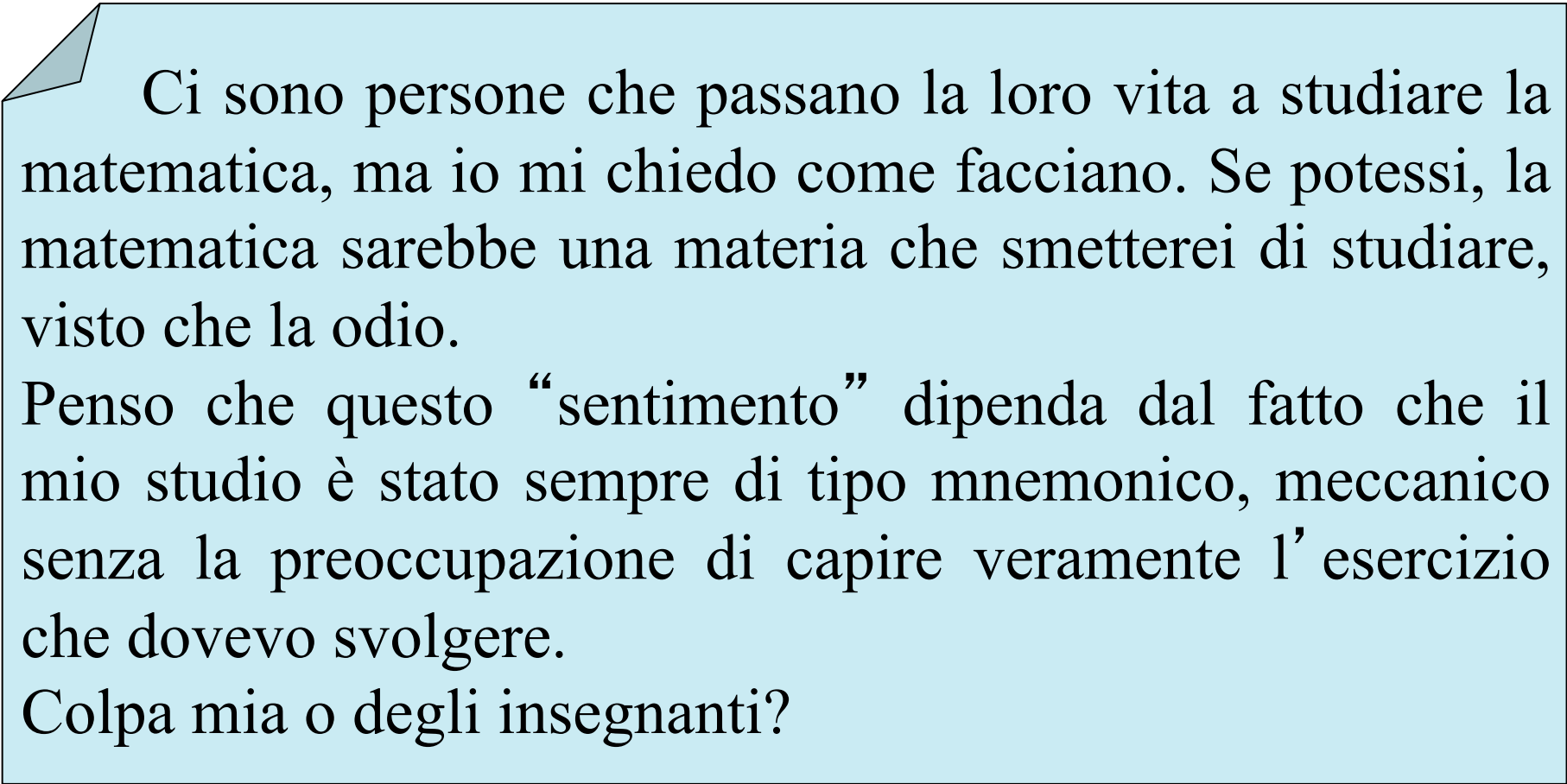
...e che sono importanti per 'dare senso'

Giulia, 2<sup>a</sup> secondaria di 2° grado

Ora me la cavicchio, ma non perché riesco a ragionare sulle formule, ma perché le applico e basta. Sono sicura che se dovessi fare un compito con dei "perché" sulle formule, non sarei in grado nemmeno di scrivere una parola.

Andando avanti per la mia strada, le equazioni di primo grado, quelle di secondo grado e i radicali nel campo del turismo non servono, ma queste cose le facciamo per imparare a ragionare giusto...?

Ma se io le faccio perché so le regole ma non le capisco, a cosa mi servono?



Ci sono persone che passano la loro vita a studiare la matematica, ma io mi chiedo come facciano. Se potessi, la matematica sarebbe una materia che smetterei di studiare, visto che la odio.

Penso che questo “sentimento” dipenda dal fatto che il mio studio è stato sempre di tipo mnemonico, meccanico senza la preoccupazione di capire veramente l'esercizio che dovevo svolgere.

Colpa mia o degli insegnanti?

CONVENZIONE

DEFINIZIONE

TEOREMA

ALGORITMO

...diversi tipi di *perché*

‘comprendere’

CONVENZIONE

DEFINIZIONE

TEOREMA

ALGORITMO

...assume significati diversi

‘comprendere’

CONVENZIONE

Comprendere:

- non solo in cosa consiste, e cosa significa adottarla
- ma anche il ‘senso’ della convenzione, perché si è introdotta

Far 'comprendere'

## CONVENZIONE

Comprendere:

- non solo in cosa consiste, e cosa significa adottarla
- ma anche il 'senso' della convenzione, perché si è introdotta

‘comprendere’

## DEFINIZIONE

Comprendere:

- cosa vuol dire
- saper riconoscere quali oggetti rientrano nella definizione, quali no
- ma anche il ‘senso’ della definizione, perché quell’oggetto, quella proprietà *merita* un nome

Far 'comprendere'

## DEFINIZIONE

Comprendere:

- cosa vuol dire
- saper riconoscere quali oggetti rientrano nella definizione, quali no
- ma anche il 'senso' della definizione, perché quell'oggetto, quella proprietà *merita* un nome



# ‘comprendere’

## TEOREMA

- Comprendere:
  - ✓ l’enunciato
  - ✓ la dimostrazione:
    - i singoli passaggi
    - la struttura
  - ✓ ma anche il ‘senso’, l’utilità

Far 'comprendere'

# TEOREMA

- Comprendere:
  - ✓ l'enunciato
  - ✓ la dimostrazione:
    - i singoli passaggi
    - la struttura
  - ✓ ma anche il 'senso', l'utilità

‘comprendere’

## ALGORITMO

Comprendere:

- come funziona
- perché funziona
- che rappresenta *un* modo per poter raggiungere un obiettivo, e non *l'unico modo*

Far 'comprendere'

## ALGORITMO

Comprendere:

- come funziona
- perché funziona
- che rappresenta *un* modo per poter raggiungere un obiettivo, e non *l'unico modo*

**Far** 'comprendere'

CONVENZIONE

DEFINIZIONE

TEOREMA

ALGORITMO

richiede strategie  
didattiche diverse

**Far** 'comprendere'

CONVENZIONE

DEFINIZIONE

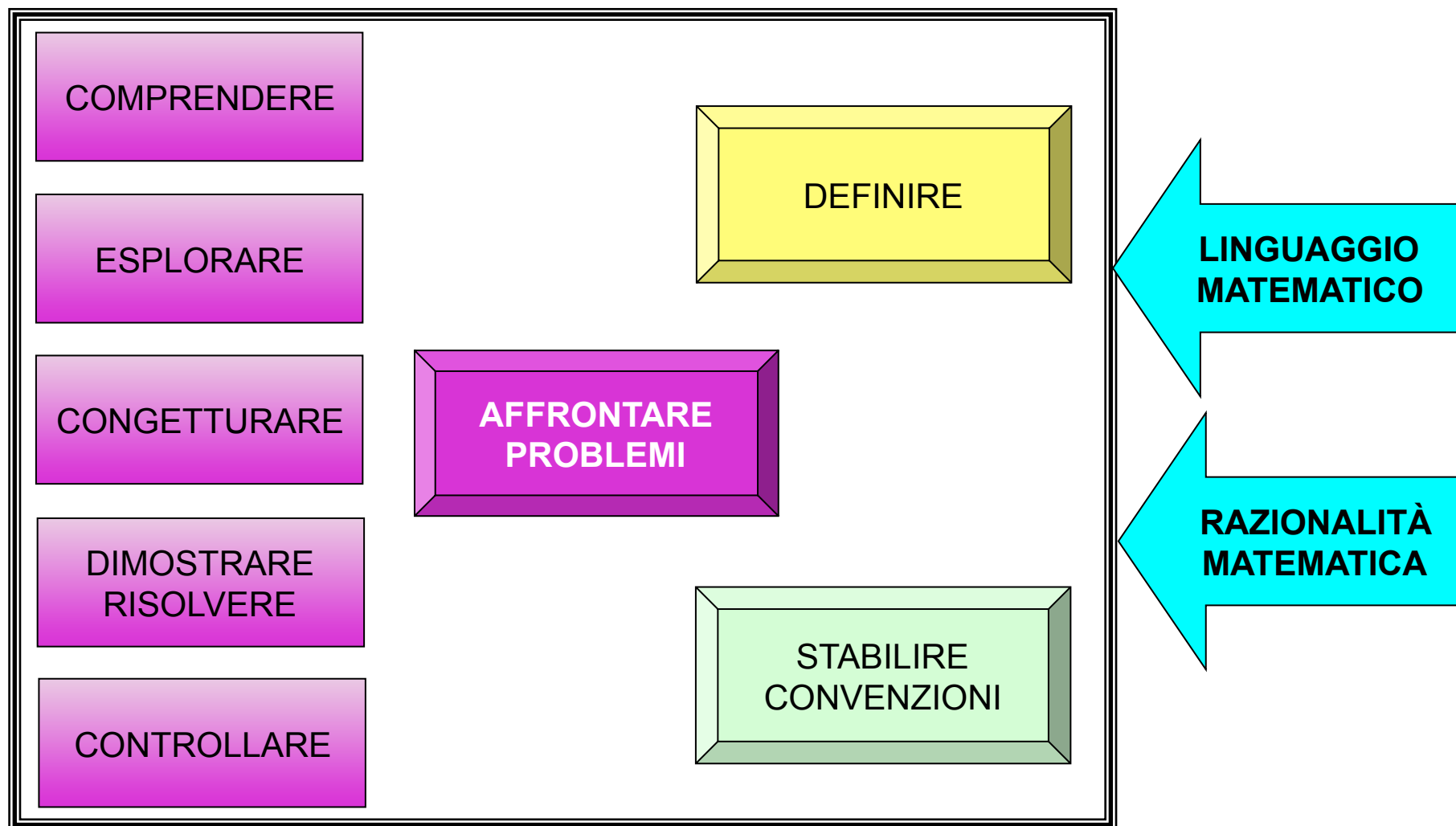
TEOREMA

ALGORITMO

richiede strategie  
didattiche diverse

...assume significati diversi

- **i problemi** sono centrali nell'attività matematica
- **i processi tipici della matematica** sono messi in moto dai problemi

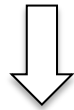


**RIASSUMENDO**



# La percezione degli insegnanti

- C'è una grossa frattura fra:
  - quello che insegniamo, o che siamo convinti di insegnare
  - quello che gli allievi effettivamente apprendono
- Addirittura alcune risposte degli allievi ci sembrano irrazionali, prive di senso



una galleria di esempi  
**OSSERVAZIONE**

Esempio 1:  
Sottrazione

Esempio 2:  
Il segno di =

Esempio 3:  
La gita

Esempio 4:  
Vicino a 100

Esempio 12:  
La somma di pari

Esempio 11:  
'Non tutti'

Esempio 10:  
Vaso cinese

Esempio 9:  
Le parentesi

Esempio 8:  
Alessandro

Esempio 7:  
Azzurra



**OSSERVAZIONE:**  
Una galleria di  
comportamenti

Esempio 5:  
L'età del capitano

Esempio 6:  
Le altezze

## INTERPRETAZIONE

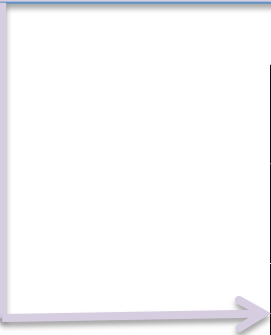
Apprendimento come  
attività costruttiva:  
- I MISCONCETTI

La matematica:  
- IL LINGUAGGIO  
- LA RAZIONALITÀ

RESPONSABILITÀ  
DELL'INSEGNAMENTO

- Basso senso di auto-efficacia
- Visione distorta della matematica

## VISIONE DISTORTA DELLA MATEMATICA

- 
- ridotta a regole da memorizzare
  - esercizi ripetitivi e percepiti come artificiosi
  - l'errore è indice di fallimento
  - inutile
  - linguaggio criptico, di cui non si coglie il senso

# Responsabilità di un insegnamento:

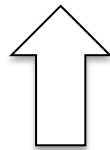
- centrato sulle *regole*
- su *esercizi* ripetitivi
- che enfatizza il *dover fare*
- in cui l'*errore* è visto come nemico e non risorsa
- centrato sui *prodotti*, cioè sulla correttezza dei risultati
- che impone un linguaggio difficile senza preoccuparsi di motivarne il senso

# Perché queste scelte didattiche?

## RIDUZIONE DELLA COMPLESSITÀ

spesso dettata dall'obiettivo di 'aiutare' lo studente

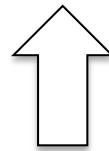
aumentare la probabilità di ottenere una risposta corretta



influenza della valutazione

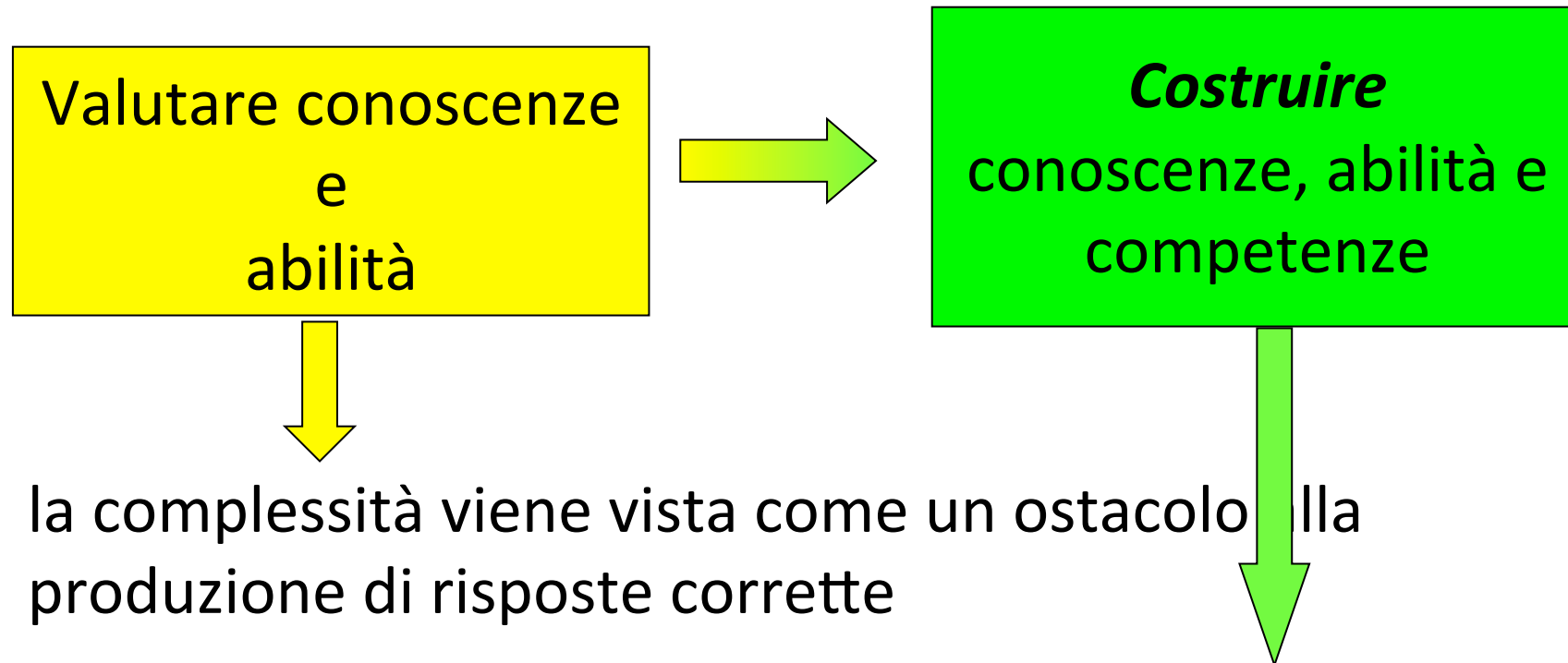
Tommaso, 1<sup>a</sup> primaria

DEVO SEMPRE CANCELARE PER NON FARE  
CAPIRE ALLA MAESTRA CHE NO HO  
CANCELATO CANCELO MOLTO BENE



sulla paura di sbagliare  
dell'allievo

influenza della valutazione



la complessità viene vista come un ostacolo alla  
produzione di risposte corrette

...un' adeguata complessità è necessaria per attivare  
processi di pensiero significativi



# Perché queste scelte didattiche?

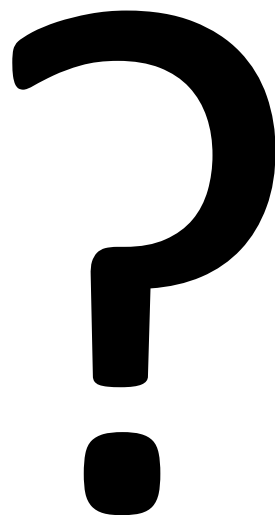
Forse anche perché...

- l'immagine della matematica che ha il docente è influenzata dalla *sua* esperienza con la matematica
- ...non si conoscono strategie alternative

### 3. CHE FARE?

Ovvero: l'azione didattica

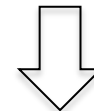
Quali alternative a un insegnamento:



**Ruolo centrale di *problemi e attività*  
da far svolgere in classe**



- Dedicare attenzione:
  - ai *perché* della matematica
  - ai *processi* tipici della matematica: *affrontare problemi, comprendere, esplorare, congetturare, argomentare/dimostrare, risolvere, controllare*
  - al *linguaggio* della matematica, collegandone l'uso a scopi significativi
  - al rapporto fra *razionalità matematica* e *razionalità quotidiana*
- Ma anche:
  - alla costruzione del *senso di auto-efficacia* dell'allievo



**Importanza della metodologia:  
didattica laboratoriale**

**Ruolo centrale di *problemi e attività*  
da far svolgere in classe**

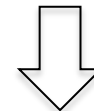


- Dedicare attenzione:
  - ai *perché* della matematica

Un approccio di questo tipo favorisce anche:

- l'assunzione della responsabilità dello studente
- un'idea diversa di successo in matematica, più inclusiva

- Ma anche:
  - alla costruzione del *senso di auto-efficacia* dell'allievo



**Importanza della metodologia:  
didattica laboratoriale**

# Strategie e proposte didattiche

1. I *perché* della matematica

2. Fonti di 'buoni' problemi e di 'buone' attività

→ Proposte di approfondimento

# 1. I *perché* della matematica

**Far** 'comprendere'

CONVENZIONE

DEFINIZIONE

TEOREMA

ALGORITMO

richiede strategie  
didattiche diverse

...assume significati diversi



**Far** 'comprendere'

CONVENZIONE

DEFINIZIONE

TEOREMA

ALGORITMO

richiede strategie  
didattiche diverse

L'introduzione di un fatto matematico dovrebbe essere il punto di arrivo di un'attività significativa, e non il punto di partenza per eseguire tanti esercizi tutti uguali.

Far 'comprendere'

## CONVENZIONE

Comprendere:

- non solo in cosa consiste, e cosa significa adottarla
- ma anche il 'senso' della convenzione, perché si è introdotta



un esempio di attività

Nelle espressioni le moltiplicazioni e le divisioni hanno la 'precedenza' sulle addizioni e sottrazioni.

Attività a gruppi:

- scuola primaria *prima* di introdurre la convenzione che regola l'uso delle parentesi
- inizio della secondaria di 1° grado *prima* di riprendere tale argomento.

1.

A ogni gruppo si consegna un foglio con la richiesta di trovare il risultato di un'espressione, ad esempio:

$$3 \times 6 + 2 \times 5$$

(nella secondaria di 1° grado si possono scegliere espressioni più complesse, ma sempre fra numeri naturali e senza introdurre difficoltà di calcolo);

2.

Si confrontano poi i risultati dei diversi gruppi, chiedendo di motivare la risposta. Se non emergono differenze dovute alla diversità sull'ordine seguito per svolgere le operazioni si continua proponendo altre espressioni.

Quando i risultati sono differenti, si confrontano i vari procedimenti seguiti, in modo da far emergere la legittimità di ognuno in mancanza di regole condivise.

3.

Si discute quindi su come si potrebbero superare queste difficoltà di comunicazione.

Questo può significare l'introduzione di *segni* per indicare le precedenze.

4.

Fra le varie strategie proposte si chiede alla classe di scegliere quella ritenuta 'migliore'.

L'insegnante invita la classe ad adottare tale strategia.

5.

Più avanti l'insegnante descriverà la *convenzione* che i matematici hanno deciso di seguire e i *segni* che hanno deciso di adottare, e chiederà alla classe di accettarli.

Far 'comprendere'

## DEFINIZIONE

Comprendere:

- cosa vuol dire
- saper riconoscere quali oggetti rientrano nella definizione, quali no
- ma anche il 'senso' della definizione, perché quell'oggetto, quella proprietà *merita* un nome

Far 'comprendere'

## DEFINIZIONE

Comprendere:

- cosa vuol dire
- saper riconoscere quali oggetti rientrano nella definizione, quali no
- ma anche il 'senso' della definizione, perché quell'oggetto, quella proprietà *merita* un nome



un esempio di attività

## Il m.c.m. fra due numeri

È una definizione cui si dedica tanto tempo...  
...ma:

PROVE  
INVALSI

livello 5 (2016)	29%
livello 6 (2013)	26,6%
livello 8 (2010)	47,5%
livello 10 (2013)	29,3%

RISPOSTE  
CORRETTE

...fragilità della definizione di m.c.m. data e dei  
numerosi esercizi proposti



# Il m.c.m. fra due numeri

1. Si parte da un problema, da risolvere a gruppi:  
→ Le amiche hostess

Maria e Sara sono due hostess.

Un giorno che sono entrambe a Pisa, vanno a pranzo al ristorante dell'aeroporto. Siccome non ci sono tavoli liberi, Sara si siede allo stesso tavolo di Maria e così si conoscono e fanno subito amicizia.

Al momento di salutarsi Maria dice: "Troviamoci a pranzo insieme anche la prossima volta che siamo tutte e due a Pisa! Io torno fra 14 giorni, e tu?"

Sara risponde: "Mi piacerebbe molto! Però io torno fra 6 giorni. O meglio, fra 6 giorni, e poi ancora dopo 6 giorni: insomma, con i miei turni sono a Pisa ogni 6 giorni."

Maria dice: "Anch'io torno fra 14 giorni, e poi ancora dopo 14 giorni, ... insomma sono a Pisa ogni 14 giorni. Ho paura che non ci potremo incontrare mai!"

Sara: "Ma no, dai! Secondo me succederà che capiteremo a Pisa nello stesso giorno!"

Secondo te chi ha ragione? Come possono fare a capire se i loro turni le porteranno a Pisa in uno stesso giorno?

# La prima versione...

Maria e Sara sono due hostess: si incontrano all'aeroporto di Pisa e fanno subito amicizia.

Decidono allora di ritrovarsi e pranzare insieme quando ritorneranno a Pisa.

Maria guarda i suoi turni e vede che passa da Pisa ogni 14 giorni.

Sara guarda i suoi turni e vede che passa da Pisa ogni 6 giorni.

Maria dice: "Ma allora non ci potremo incontrare mai!"

Sara dice: "Ma no, dai! Secondo me succederà che capiteremo a Pisa nello stesso giorno!"

Secondo te chi ha ragione? Come possono fare a capire se i loro turni le porteranno a Pisa in uno stesso giorno?

## Il m.c.m. fra due numeri

1. Si parte da un problema, da risolvere a gruppi:

→ Le amiche hostess

2. Si confrontano le risposte e i processi risolutivi dei gruppi.

Si discute.

Si arriva a riconoscere come risposta corretta:

Si incontreranno di nuovo a Pisa dopo 42 giorni
---

Si può chiedere: 'E poi? Si incontreranno ancora?

Quando?'

## Il m.c.m. fra due numeri

3. Si apre il confronto sui seguenti punti:

‘Come avete trovato il numero 42?’

6 12 18 24 30 36 42

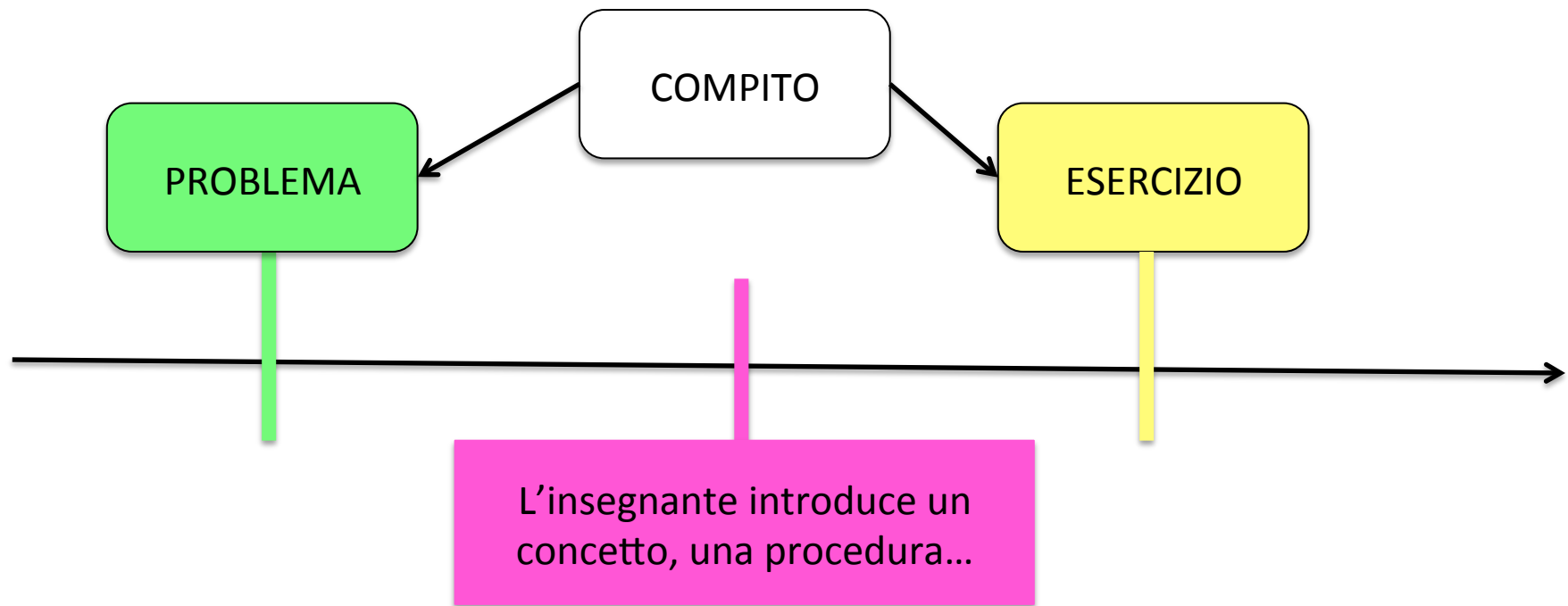
14 28 42

4. ‘Che proprietà ha?’

‘Come lo chiamereste?’

Si arriva a un modo di definire il m.c.m. condiviso dalla classe.

Il docente poi introduce la definizione usuale.



In generale questi esempi fanno vedere come una strategia potente **per dare senso** è quella *di invertire i tempi*

Far 'comprendere'

# TEOREMA

- Comprendere:
  - ✓ l'enunciato
  - ✓ la dimostrazione:
    - i singoli passaggi
    - la struttura
  - ✓ ma anche il 'senso', l'utilità



esempi di attività

Far 'comprendere'

# TEOREMA

- Comprendere:
  - ✓ l'enunciato
  - ✓ la dimostrazione:
    - i singoli passaggi
    - la struttura

✓ ma anche il 'senso', l'utilità



Teorema fondamentale  
dell'aritmetica



esempi di attività



# Il teorema fondamentale dell'aritmetica

*Ogni numero naturale maggiore di 1 si può scrivere in uno e un sol modo (a meno dell'ordine) come prodotto di numeri primi.*

- È un risultato importantissimo dal punto di vista teorico
- Ma spesso viene sottovalutato...
- ... ridotto a una breve introduzione per presentare la scomposizione in fattori primi

1.

Si propone a livello individuale la consegna:

*Scrivi il numero 120 come prodotto di due numeri*

(si scelgono numeri con diversi divisori, ad esempio 120, così da poter contare su risposte diverse).

Si scrivono alla lavagna le diverse risposte, e si chiede se se ne possono trovare altre.

Si discutono le risposte.

2.

Si ripropone la consegna nella forma:

*Scrivi il numero 120 come prodotto di numeri*

(senza vincoli su quanti debbano essere).

Si scrivono alla lavagna le diverse risposte, e si chiede se se ne possono trovare altre.

Si discutono le risposte.

3.

Si ripropone la consegna nella forma:

*Scrivi il numero 120 come prodotto di numeri **primi**.*

Si scrivono alla lavagna le diverse risposte e si osserva cosa succede in questo caso (la diversità dipende solo dall'ordine in cui sono scritti i fattori).

Si chiede se se ne possono trovare altre.

Si discutono le risposte.

4.

Si chiede agli allievi in gruppi di scrivere quanto osservato.

Si confrontano e si discutono le diverse formulazioni.

Si arriva quindi a un enunciato condiviso del *Teorema fondamentale dell'aritmetica*.

# Far 'comprendere'

Nelle I.N. fra gli obiettivi d'apprendimento:

- “In casi semplici scomporre numeri naturali in fattori primi e **conoscere l'utilità di tale scomposizione per diversi fini**”.

✓ la dimostrazione:

- i singoli passaggi
- la struttura

✓ ma anche il 'senso', l'utilità

Teorema fondamentale  
dell'aritmetica



esempi di attività

**D11. Considera il seguente prodotto:**

$$2 \times 5 \times 29 \times 101$$

→ **tutti numeri primi**

**Per ognuna delle seguenti affermazioni indica, mettendo una crocetta nella colonna corrispondente, se è vera o falsa.**

		Vero	Falso
a.	Il risultato è un numero divisibile per 3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	Il risultato è un numero divisibile per 58	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	Il risultato è un numero divisibile per 10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d.	Il risultato è un numero divisibile per 6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

# Far 'comprendere'

## TEOREMA

- Comprendere:
  - ✓ l'enunciato
  - ✓ la dimostrazione:
    - i singoli passaggi
    - la struttura
  - ✓ ma anche il 'senso', l'utilità

Questa comprensione è facilitata se sono gli stessi allievi:

- a congetturarlo, a 'scoprirlo'
- quindi ad enunciarlo in linguaggio matematico

Teorema fondamentale dell'aritmetica

esempi di attività

Far 'comprendere'

# TEOREMA

- Comprendere:

- ✓ l'enunciato
- ✓ la dimostrazione:
  - i singoli passaggi
  - la struttura
- ✓ ma anche il 'senso', l'utilità



Teorema di Pitagora

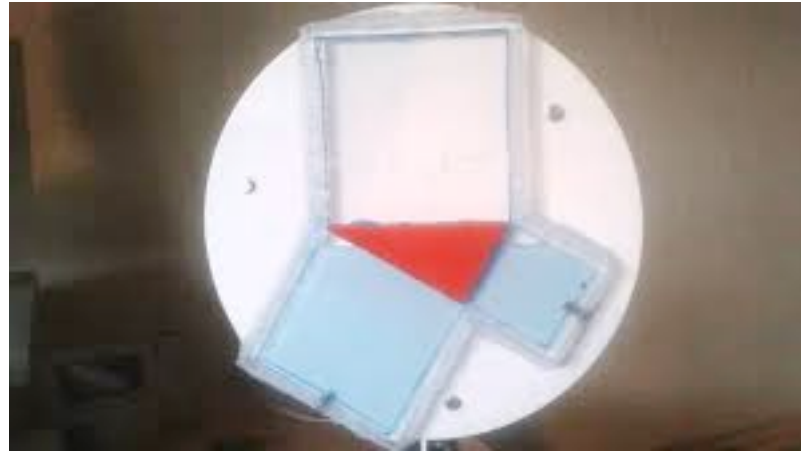


esempi di attività

1. Si propone agli allievi la visione del video in cui il teorema è illustrato *in modo idraulico* attraverso un dispositivo posto su una piattaforma girevole:

<https://www.youtube.com/watch?v=o7vsBSP64N4>





2.

Si chiede agli allievi divisi in gruppi di produrre un testo scritto per descrivere quanto osservato. Si confrontano e discutono i testi prodotti.

3.

Si chiede agli stessi gruppi di produrre un testo scritto per descrivere quanto osservato *utilizzando il linguaggio matematico*.

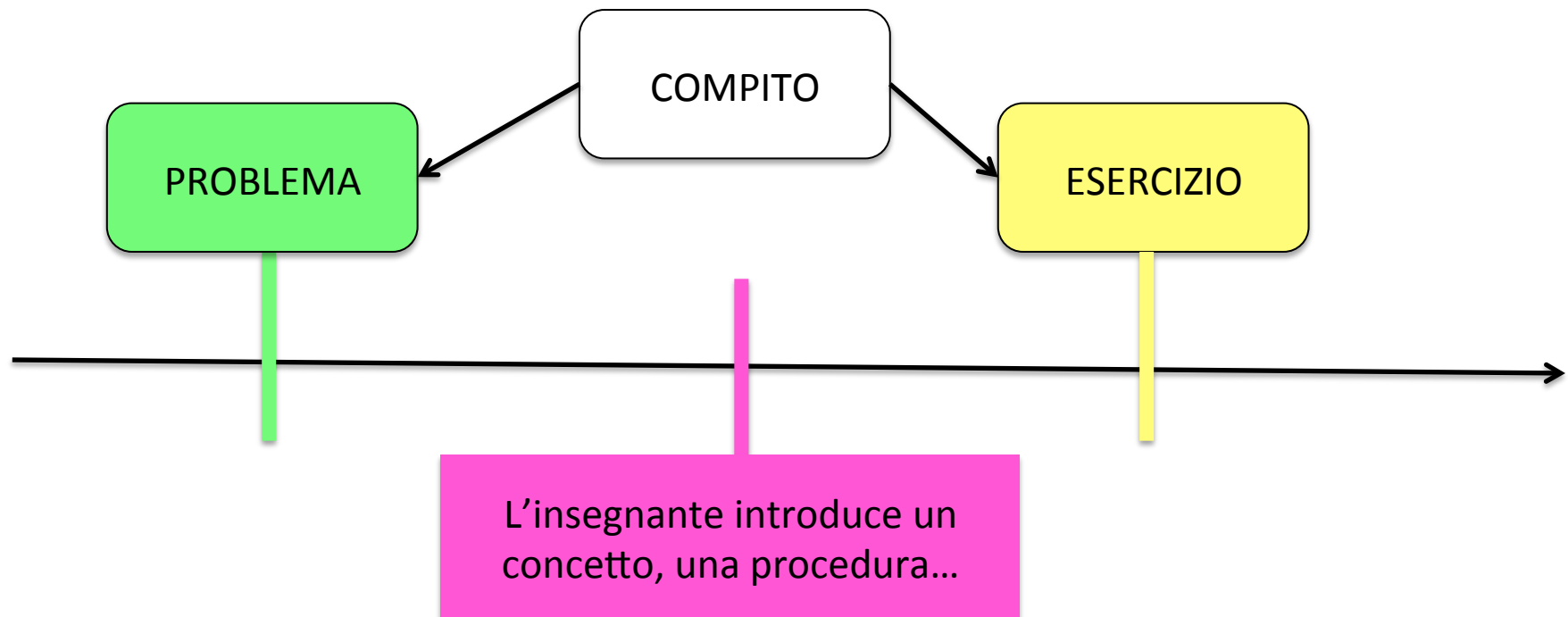
Si confrontano e discutono i testi prodotti.

4.

Si conclude con un enunciato condiviso del Teorema di Pitagora.

5. ecc.

L'attività può proseguire sulla dimostrazione (chiedendo agli allievi di trovare su internet dimostrazioni diverse del teorema, confrontandole, discutendo ecc.



In generale questi esempi fanno vedere come una strategia potente **per dare senso** è quella *di invertire i tempi*

# Teorema sulla derivata di un prodotto

**Prima** di dare le ‘regole’ di derivazione, in particolare il teorema sulla derivata di un prodotto, dare la consegna:

Calcolare la derivata della funzione  $f(x) = x \cdot \cos x$   
nel punto  $x_0 = \frac{\pi}{2}$

- Quello che era un esercizio diventa problema
- L'errore non è più indicatore di fallimento
- Si riconoscono l'errore e il tempo come risorsa, perché evidenziano **la necessità** di nuovi strumenti



Calcolare la derivata della funzione  
nel punto  $x_0 = \frac{\pi}{2}$

$$f(x) = x \cdot \cos x$$

# OSSERVAZIONE

- Teorema fondamentale dell'aritmetica
  - Teorema di Pitagora
  - Teorema sulla derivata del prodotto
- sono teoremi 'noti', importanti

...ma in matematica un 'teorema' è un qualsiasi 'fatto' che si dimostra:

ad esempio anche semplici proprietà aritmetiche

La somma di due numeri pari è un numero pari.
---

Fin dalla primaria si può lavorare con i ‘teoremi’, ma...

1. Quando è possibile è opportuno partire da problemi in cui si **congettura** un certo risultato.

Ad esempio:

La somma di due numeri pari è un numero pari.



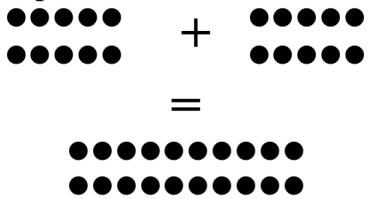
2. Solo successivamente si arriva a una formulazione condivisa della congettura.

La fase 1 facilita la comprensione dell’enunciato.

3. Si chiede quindi di argomentarla, dimostrarla.

Uno stesso teorema può essere argomentato/dimostrato in modi diversi a seconda del livello scolastico.

Arthur, Bonnie, Ceri, Duncan e Yvonne stanno cercando di dimostrare se il seguente enunciato è vero o falso: **Quando sommi due numeri pari, il risultato è sempre pari**

<p><b>Risposta di Arthur:</b>  a è un numero intero  b è un numero intero  2a e 2b sono due numeri pari  <math>2a + 2b = 2(a+b)</math>  Quindi Arthur dice che è vero.</p>	<p><b>Risposta di Bonnie:</b>  <math>2+2=4</math>  <math>2+4=6</math>  <math>2+6=8</math>  <math>4+2=6</math>  <math>4+4=8</math>  <math>4+6=10</math>  Quindi Bonnie dice che è vero.</p> 
<p><b>Risposta di Ceri:</b>  I numeri pari sono numeri divisibili per 2.  Quando sommi numeri che hanno un fattore comune, in questo caso 2, il risultato avrà ancora tale fattore in comune.  Quindi Ceri dice che è vero.</p>	<p><b>Risposta di Duncan:</b>  I numeri pari finiscono per 0, 2, 4, 6, o 8.  Quando sommi due di questi numeri, il risultato finirà ancora per 0, 2, 4, 6 o 8.  Quindi Duncan dice che è vero.</p>
<p><b>Risposta di Eric:</b>  Sia x= un numero intero  y= un numero intero  <math>x+y=z</math>  <math>z-x=y</math>  <math>z-y=x</math>  <math>z+z-(x+y)=x+y=2z</math>  Quindi Eric dice che è vero.</p> 	<p><b>Risposta di Yvonne:</b></p> 



Far 'comprendere'

## ALGORITMO

Comprendere:

- come funziona
- perché funziona
- che rappresenta *un* modo per poter raggiungere un obiettivo, e non *l'unico modo*



un esempio di attività

Materiali su

## **INDIRE SCUOLA VALORE**

<http://www.scuolavalore.indire.it>

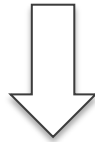
- Progetto m@tabel → tutti i livelli scolari  
MATEMATICA
- Progetto PQM → secondaria di 1° grado  
MATEMATICA E ITALIANO

**ATTIVITA' [m@t.abel](#) AMBITO: NUMERI**

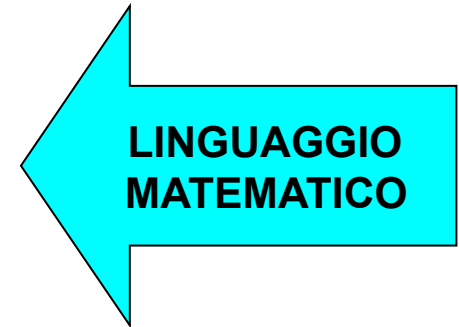
*Algoritmi insoliti per la moltiplicazione e per le altre operazioni  
Classi I e II della secondaria di 1° grado*

In tutte le proposte presentate c'è un'attenzione particolare al linguaggio matematico:

- perché sia percepito come uno strumento potente per affrontare / risolvere problemi
- non come una forma imposta dall'esterno in cui presentare le soluzioni dei problemi



è importante che inizialmente venga utilizzato liberamente,  
anche inventato

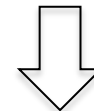


## 2. Fonti di 'buoni' problemi e di 'buone' attività

**Ruolo centrale di *problemi e attività*  
da far svolgere in classe**

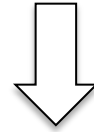


- Dedicare attenzione:
  - ai *perché* della matematica
  - ai *processi* tipici della matematica: *affrontare problemi, comprendere, esplorare, congetturare, argomentare/dimostrare, risolvere, controllare*
  - al *linguaggio* della matematica, collegandone l'uso a scopi significativi
  - al rapporto fra *razionalità matematica* e *razionalità quotidiana*
- Ma anche:
  - alla costruzione del *senso di auto-efficacia* dell'allievo



**Importanza della metodologia:  
didattica laboratoriale**

**Ruolo centrale di *problemi e attività*  
da far svolgere in classe**



È importante poter contare su:

- ‘buoni’ problemi e
- ‘buone’ attività

# Cos'è un un *buon* problema, una *buona* attività? 'Buono' rispetto a cosa?

- Permette di lavorare su:

- **conoscenze, abilità**
- **competenze**



Vedi Indicazioni nazionali e Linee Guida

Ma anche:

- Promuove **una visione adeguata** della matematica:
  - Fa comprendere la varietà dei perché
  - Favorisce l'attivazione dei processi tipici della matematica: comprendere, esplorare, congetturare, argomentare, dimostrare, attivare processi di controllo
  - Permette diversi approcci, diversi processi risolutivi, addirittura diverse soluzioni
- Sostiene **il senso di autoefficacia**:
  - È comprensibile
  - Permette l'esplorazione
  - Permette di valorizzare le risposte parziali
  - Permette diversi approcci, diversi processi risolutivi, addirittura diverse soluzioni

# Possibili fonti

- Archivio delle prove INVALSI

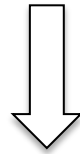
- Archivi di esperienze di didattica laboratoriale:
  - m@tabel
  - PQM

- Gare e giochi:
  - Rally Matematico Transalpino
  - Matematica senza frontiere
  - Giochi Bocconi
  - Kangourou



# Possibili fonti

- Archivio delle prove INVALSI



Le prove INVALSI come risorsa didattica

## Aspetti positivi

A differenza della maggior parte dei problemi dei libri di testo, sono:

- coerenti con gli obiettivi e i traguardi di competenza delle Indicazioni Nazionali
- effettivamente spesso “problemi” e non esercizi per gli allievi

Sono un archivio pubblico e facilmente reperibili

Offrono dati statistici che possono fornire spunti di riflessione interessanti

## Aspetti critici

### I tempi

Il fatto che siano per lo più a risposta chiusa

Talvolta la scelta dei distrattori, che “indirizza” le risposte degli allievi

L'attenzione al prodotto (risposta) più che al processo, e lo stabilire a priori cosa è giusto e cosa è sbagliato



Son tutti aspetti legati alle modalità d'uso.  
L'insegnante può modificarle!

## Come trasformare le prove in risorsa didattica?

- utilizzare un quesito in modo naturale all'interno della propria programmazione
- non limitare i quesiti delle Prove al solo momento della somministrazione nazionale
- non proporre le prove degli anni precedenti o analoghe, con la finalità di addestrare la classe ad affrontare la Prova Nazionale, ma proporle con la finalità di fare emergere i processi di pensiero degli allievi

## Come trasformare le prove in risorsa didattica?

- utilizzare gli esiti delle prove della propria classe o del proprio istituto per porsi delle domande:
  - *Perché questo quesito è risultato così difficile?*
  - *Come mai i miei allievi hanno fatto meglio/peggio della media nazionale questo quesito?*
  - *Come mai tanti ragazzi hanno scelto proprio quella risposta sbagliata?*
  - *Come mai anche i ragazzi che in genere fanno bene hanno sbagliato?*

# Modalità

- proporre i quesiti dando agli allievi tempi più distesi
- richiedere *sempre* agli allievi di scrivere come hanno ragionato
- procedere al confronto delle differenti risposte a uno stesso quesito

# Modalità

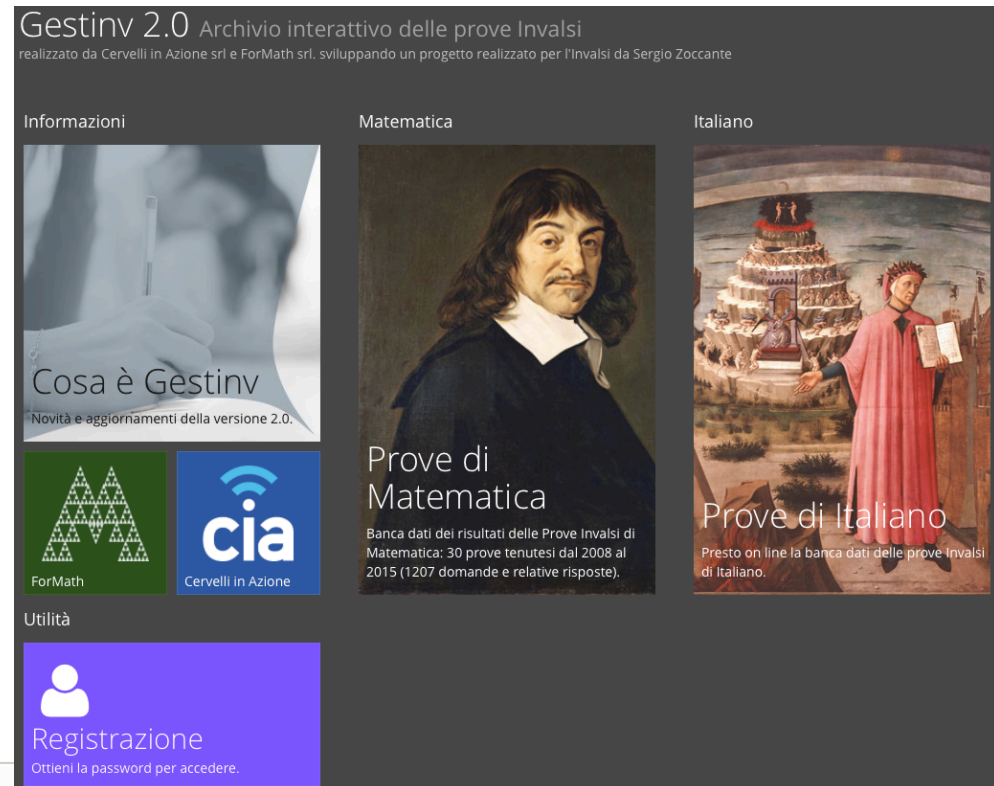
- modificare eventualmente il quesito:
  - proponendo risposta aperta invece che chiusa
  - modificare in parte il testo o la rappresentazione grafica
  - Inserendo eventualmente una rappresentazione grafica
- orientare gli allievi a individuare ed esprimere le difficoltà che hanno incontrato nel rispondere
- richiedere agli stessi allievi di proporre modifiche al quesito e testarlo successivamente in un'altra classe

# Possibili fonti

- Archivio delle prove INVALSI

Il sito Gestinv

[www.gestinv.it](http://www.gestinv.it)



L'archivio è consultabile secondo diverse chiavi di ricerca:

- per indicazioni contenute (con riferimento in particolare agli obiettivi d'apprendimento e alle competenze descritte nei traguardi)
- per parole chiave
- ricerca full text
- ricerca guidata

**Ricerca per indicazioni contenute (con riferimento in particolare agli obiettivi d'apprendimento e alle competenze descritte nei traguardi):**

- ACC competenze per Assi Culturali (per la 2<sup>a</sup> secondaria di 2° grado)
- OB3 Obiettivi Indicazioni nazionali termine 3<sup>a</sup> primaria
- OB5 Obiettivi Indicazioni nazionali termine 5<sup>a</sup> primaria
- OB8 Obiettivi Indicazioni nazionali termine 3<sup>a</sup> secondaria di 1° grado
- TP Traguardi Indicazioni nazionali termine Scuola primaria
- TS Traguardi Indicazioni nazionali termine Scuola secondaria di 1° grado
- AC Obiettivi degli Assi culturali (da 1 a 59 per la 2<sup>a</sup> secondaria di 2° grado)
- LGIN Obiettivi dalle Linee Guida e dalle Indicazioni Nazionali



# Il sito Gestinv

È utilissimo anche:

- per la costruzione di quesiti **in verticale**:
  - su una specifica competenza
  - su uno specifico obiettivo
  - su uno specifico argomento
- per una diagnosi puntuale sulle **lacune di base**

# Possibili fonti

- Archivio delle prove INVALSI
- Archivi di esperienze di didattica laboratoriale:
  - m@tabel
  - PQM

- Archivi di esperienze di didattica laboratoriale:
  - m@tabel
  - PQM

Materiali su

**INDIRE SCUOLA VALORE**

<http://www.scuolavalore.indire.it>

- Progetto m@tabel → tutti i livelli scolari  
MATEMATICA
- Progetto PQM → secondaria di 1° grado  
MATEMATICA E ITALIANO

# Possibili fonti

- Archivio delle prove INVALSI

- Archivi di esperienze di didattica laboratoriale:
  - m@tabel
  - PQM

- Gare e giochi:
  - Rally Matematico Transalpino
  - Matematica senza frontiere
  - Giochi Bocconi
  - Kangourou

- **Gare e giochi:**

- Rally Matematico Transalpino
- Matematica senza frontiere
- Giochi Bocconi
- Kangourou

- Rally Matematico Transalpino (RMT)

<http://www.armtint.org/>

<http://rmt.diism.unisi.it/>

(si trovano le prove dalla 10<sup>a</sup> alla 22<sup>a</sup> edizione)

- Matematica senza frontiere

<http://www.matematicasenzafrontiere.it/>

- Giochi Bocconi (archivio)

<http://matematica.unibocconi.it/articoli/archivio-giochi>

- Kangourou

<http://www.kangourou.it/indexm.html>

# Per orientarsi:

## Tipologia di gara, di prove, livelli scolari

	<b>Rally Matematico Transalpino</b>	<b>Matematica senza frontiere</b>	<b>Bocconi</b>	<b>Kangourou</b>
<b>Tipologia di gara</b>	A classi (a gruppi)	A classi (a gruppi)	Individuale	Individuale
<b>Tipo di prove</b>	Domande aperte	Domande aperte	Domande aperte	A scelta multipla (aperte nella finale)
<b>Livello scolastico</b>	Livello: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10	MsFJ : 5 Primaria e 1 sec.1° gr MsFJter: 3 sec. 1° gr MsF1: 1 sec. 2° gr MsF: 2 e 3 sec. 2° gr	C1: 1 e 2 sec. 1° grado C2: 3 sec. 1° gr + 1 sec. 2° gr L1: 2, 3, 4 sec.2° gr L2: 5 sec. 2° gr + biennio univ.	Preécolier: 2 e 3 primaria Écolier: 4 e 5 primaria Benjamin: 1 e 2 sec.1° gr Cadet: 3 sec.1° gr. + 1 sec.1° gr Junior: biennio sec. 2° gr. Student: triennio sec. 2° gr.
<b>Particolarità</b>	Per ogni problema sono disponibili l'analisi a priori e a posteriori	-Sono disponibili prove in lingua straniera -Alcune prove sono corredate da materiali da ritagliare ecc.		

# **RALLY MATEMATICO TRANSALPINO: UN ESEMPIO**

<http://rmt.diism.unisi.it/>

**18° RMT Prova 2010**

<http://rmt.diism.unisi.it/wp-content/uploads/2014/11/Prova-I-18°-web.pdf>

# **MATEMATICA SENZA FRONTIERE: UN ESEMPIO**

<http://www.matematicasenzafrontiere.it/>

PROVA 2016-2017

<http://www.matematicasenzafrontiere.it/msf/prove/2016-17/>



# GIOCHI BOCCONI: UN ESEMPIO

<http://matematica.unibocconi.it/articoli/archivio-giochi>

GIOCHI D'AUTUNNO 2016: ad esempio quesiti 11 e 12

[http://matematica.unibocconi.it/sites/default/files/GdA\\_2016q.pdf](http://matematica.unibocconi.it/sites/default/files/GdA_2016q.pdf)

# KANGOUROU: UN ESEMPIO

SEMIFINALE 2017: JUNIOR (1° e 2<sup>a</sup> sec. 2° gr.)

<http://www.kangourou.it/indexm.html>

Testi e soluzioni edizioni precedenti:  
Ad esempio SEMIFINALE 2017

# Proposta

- Costruire all'interno dell'Istituto un catalogo di problemi in verticale
- Scegliere i problemi secondo alcuni criteri (livello, argomento, ...) e fare un'analisi a priori
- Sperimentare i problemi e discutere insieme delle sperimentazioni
- Lasciare traccia, cioè documentare il lavoro fatto
- Ogni anno il catalogo può essere arricchito