

Castelnovo ne' Monti, 9 ottobre 2018
Scandiano, 10 ottobre 2018

Promuovere un atteggiamento positivo verso la matematica

Dalle buone intenzioni alle buone pratiche

Rosetta Zan
rosetta.zan@unipi.it

Indicazioni Nazionali

Dai traguardi per lo sviluppo delle competenze

Scuola primaria

- Sviluppa **un atteggiamento positivo** rispetto alla matematica, attraverso esperienze significative, che gli hanno fatto intuire come gli strumenti matematici che ha imparato ad utilizzare siano utili per operare nella realtà.

Secondaria di 1° grado

- Ha rafforzato **un atteggiamento positivo** rispetto alla matematica attraverso esperienze significative e ha capito come gli strumenti matematici appresi siano utili in molte situazioni per operare nella realtà.

Dall'incontro di maggio...

Riassumendo...

Esempio 1:
Sottrazione

Esempio 2:
Il segno di =

Esempio 3:
La gita

Esempio 4:
Vicino a 100

Esempio 12:
La somma di pari

Esempio 11:
'Non tutti'

Esempio 10:
Vaso cinese

Esempio 9:
Le parentesi

Esempio 8:
Alessandro

Esempio 7:
Azzurra



OSSERVAZIONE:
Una galleria di
comportamenti

Esempio 5:
L'età del capitano

Esempio 6:
Le altezze

INTERPRETAZIONE

Esempio 1:
Sottrazione

Esempio 2:
Il segno di =

Esempio 3:
La gita

Esempio 4:
Vicino a 100

Esempio 12:
La somma di pari

Esempio 11:
'Non tutti'

Esempio 10:
Vaso cinese

Esempio 9:
Le parentesi

Esempio 8:
Alessandro

Esempio 7:
Azzurra

OSSERVAZIONE:
Una galleria di
comportamenti

Esempio 5:
L'età del capitano

Esempio 6:
Le altezze

INTERPRETAZIONE

Esempio 1:
Sottrazione

Esempio 2:
Il segno di =

Esempio 3:
La gita

Esempio 4:
Vicino a 100

Esempio 12:
La somma di pari

Esempio 11:
'Non tutti'

Esempio 10:
Vaso cinese

Apprendimento come
attività costruttiva:
- I MISCONCETTI

Esempio 5:
L'età del capitano

Esempio 6:
Le altezze

Esempio 9:
Le parentesi

Esempio 8:
Alessandro

Esempio 7:
Azzurra

INTERPRETAZIONE

Esempio 1:
Sottrazione

Esempio 2:
Il segno di =

Esempio 3:
La gita

Esempio 4:
Vicino a 100

Esempio 12:
La somma di pari

Esempio 11:
'Non tutti'

Esempio 10:
Vaso cinese

Caratteristiche della
matematica:

- IL LINGUAGGIO
- LA RAZIONALITÀ

Esempio 5:
L'età del capitano

Esempio 6:
Le altezze

Esempio 9:
Le parentesi

Esempio 8:
Alessandro

Esempio 7:
Azzurra

INTERPRETAZIONE

Esempio 1:
Sottrazione

Esempio 2:
Il segno di =

Esempio 3:
La gita

Esempio 4:
Vicino a 100

Esempio 12:
La somma di pari

Esempio 11:
'Non tutti'

Esempio 10:
Vaso cinese

- Basso senso di auto-efficacia
- Visione distorta della matematica

Esempio 9:
Le parentesi

Esempio 8:
Alessandro

Esempio 7:
Azzurra

Esempio 5:
L'età del capitano

Esempio 6:
Le altezze

INTERPRETAZIONE

Apprendimento come
attività costruttiva:
- I MISCONCETTI

La matematica:
- IL LINGUAGGIO
- LA RAZIONALITÀ

RESPONSABILITÀ
DELL'INSEGNAMENTO

- Basso senso di auto-efficacia
- Visione distorta della matematica

Azzurra

Trovare il perimetro di un rettangolo che ha la base di 12 cm e l'altezza di 8 cm.

Azzurra: 12×8

Ins.: 'Perché moltiplichi?'

Azzurra:

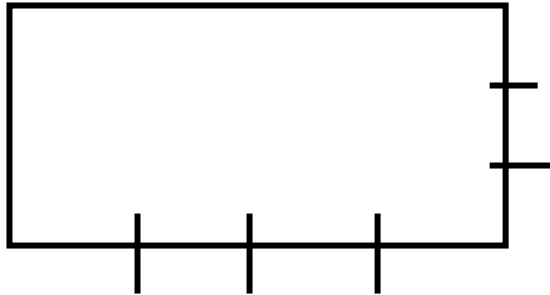
'Divido?'

Il tema di Azzurra:

“Alle elementari non ero una grossa cima in matematica, quindi in 3^a elementare vidi che non ero brava e chiusi così la mia testa, dicendo che questa non faceva per me.” Azzurra

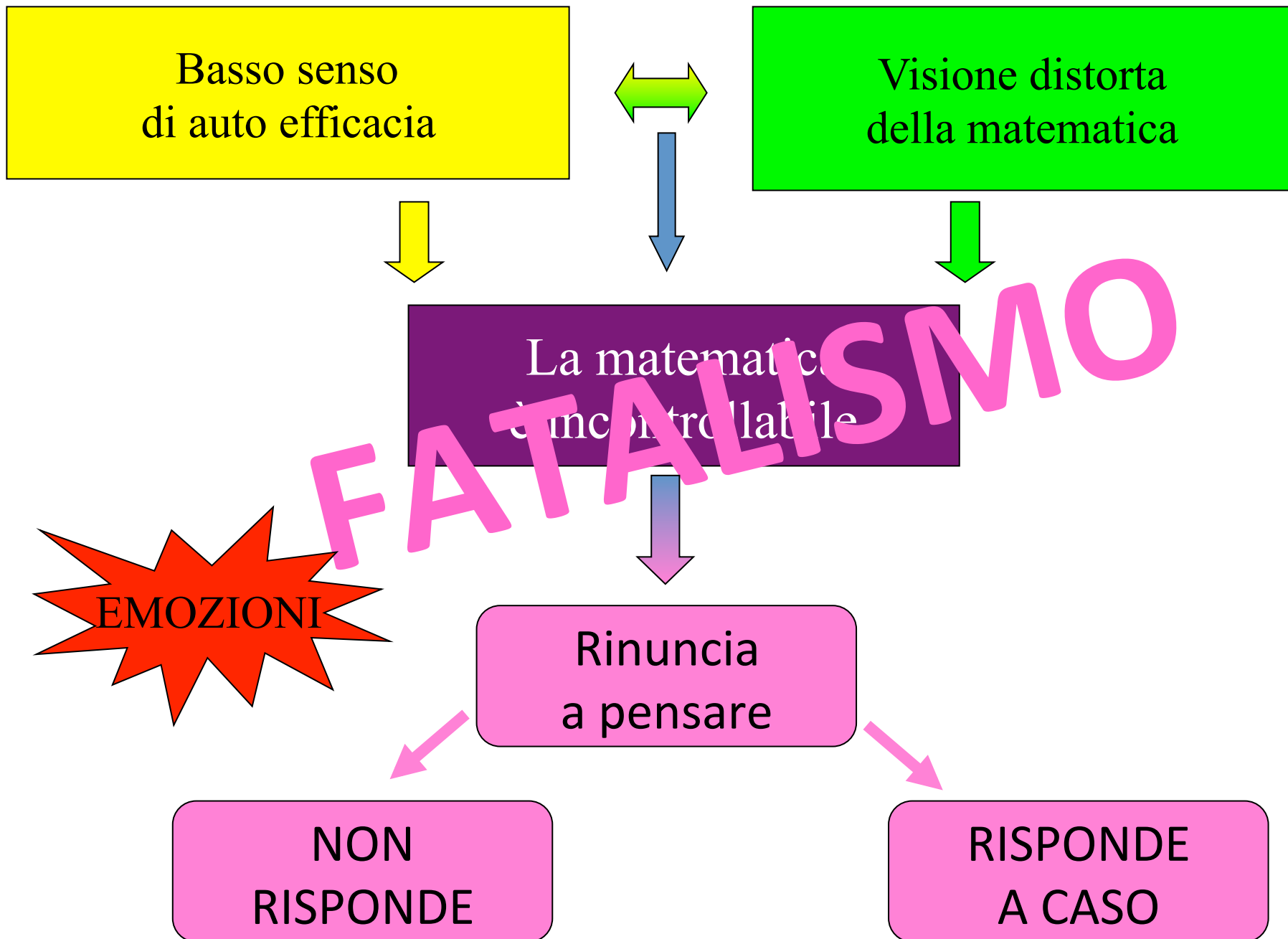
Alessandro

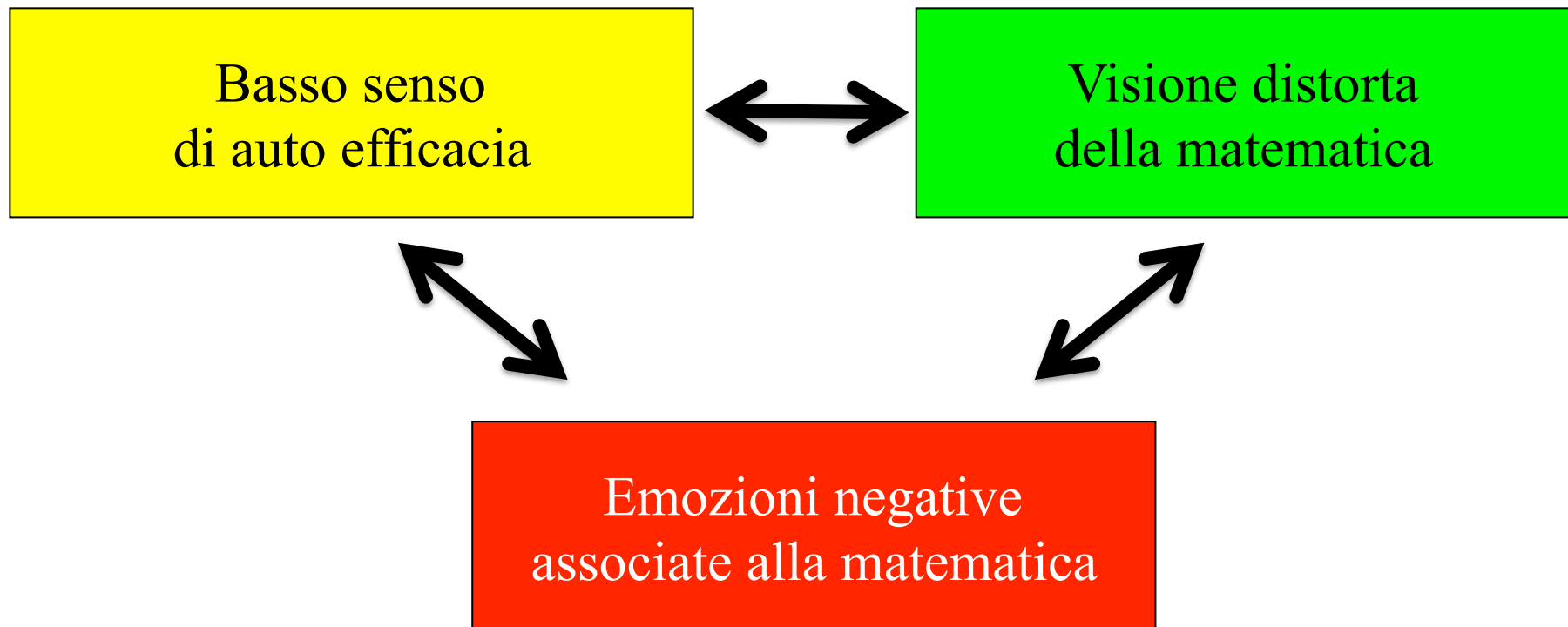
Trovare l'area di un rettangolo, sapendo che il perimetro è 126 cm, e l'altezza è $\frac{3}{4}$ della base.

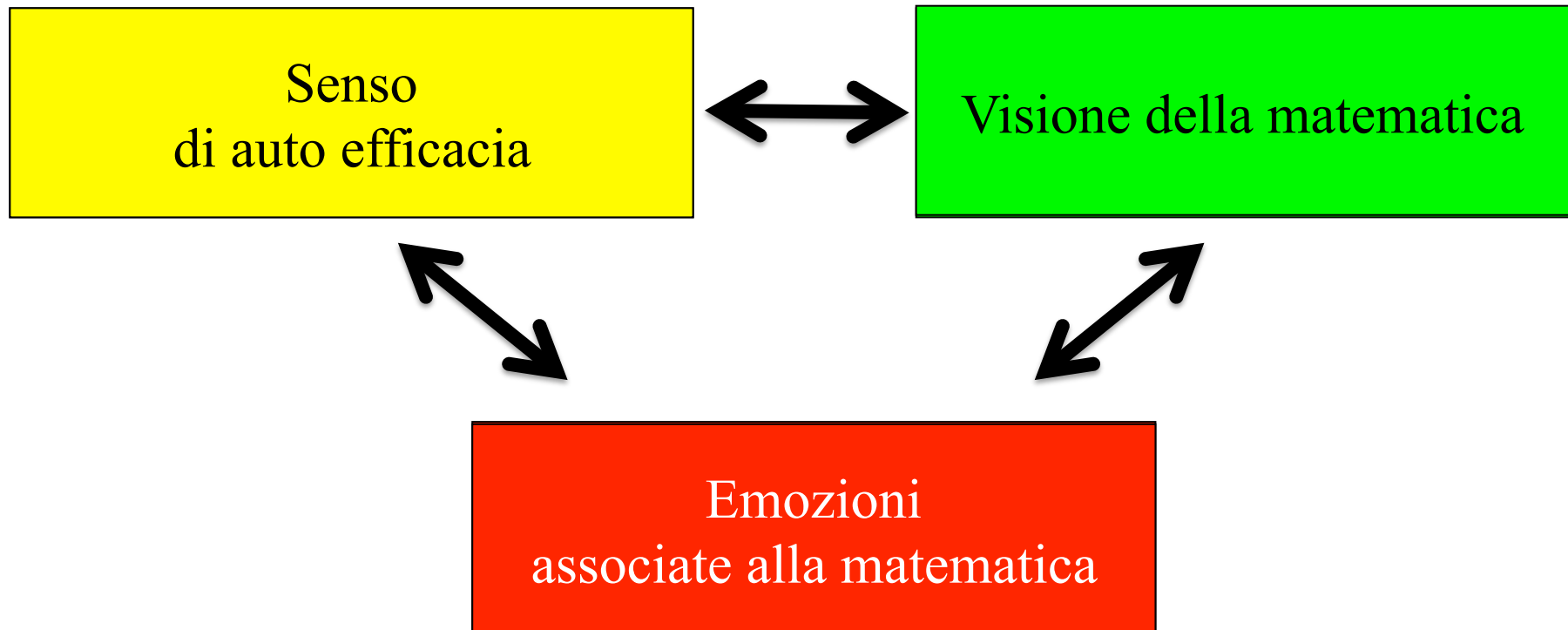


...e non conclude

‘A questo punto non mi ricordo più la regola.’







**ATTEGGIAMENTO VERSO LA
MATEMATICA**

Indicazioni Nazionali

Dai traguardi per lo sviluppo delle competenze

Scuola primaria

- Sviluppa **un atteggiamento positivo** rispetto alla matematica, attraverso esperienze significative, che gli hanno fatto intuire come gli strumenti matematici che ha imparato ad utilizzare siano utili per operare nella realtà.

Secondaria di 1° grado

- Ha rafforzato **un atteggiamento positivo** rispetto alla matematica attraverso esperienze significative e ha capito come gli strumenti matematici appresi siano utili in molte situazioni per operare nella realtà.

Quali fattori influiscono sulla
formazione di un atteggiamento
negativo?

Nella costruzione di un basso senso di auto efficacia dell'allievo:

→ **Un insegnamento:**

- poco incoraggiante
- che fatica a sospendere / modificare un giudizio
- che identifica il successo con la risposta corretta (data velocemente):
 - in cui l'errore è indicatore di fallimento
 - si dà poco tempo per riflettere

→ **Ma anche la famiglia...**

→ **...e certi stereotipi sociali**

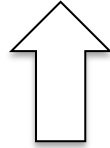
Nella visione della matematica che costruiscono gli allievi

→ Un insegnamento

- che enfatizza le *regole*
...invece dei *perché*
- che privilegia esercizi a problemi
- che identifica il successo con prodotti corretti
...invece che con processi di pensiero argomentati
- che demonizza l'errore
- che dà poco tempo

una riduzione semplicistica della complessità

influenza della valutazione



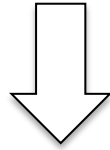
aumentare la probabilità di ottenere una
risposta corretta qui e ora



spesso dettata dall'obiettivo di 'aiutare' lo
studente

una riduzione semplicistica della complessità

influenza della valutazione



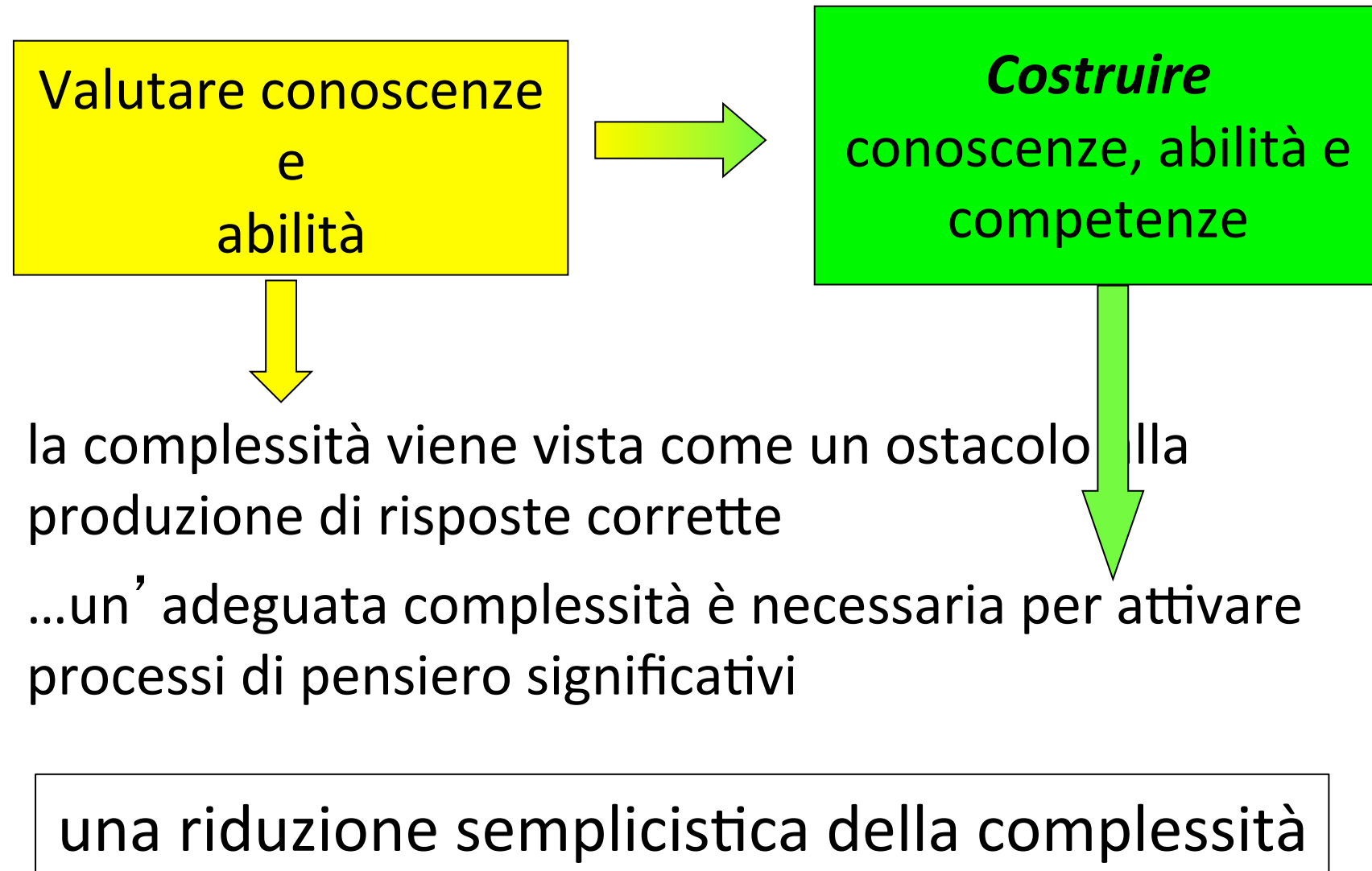
sulla paura di sbagliare
dell'allievo

Tommaso, 1^a primaria

DEVO SEMPRE CANCELARE PER NON FARE
CAPIRE ALLA MAESTRA CHE NO HO
CANCELATO CANCELO MOLTO BENE

una riduzione semplicistica della complessità

OBIETTIVO



il recupero della complessità

**Promuovere un atteggiamento positivo
verso la matematica**

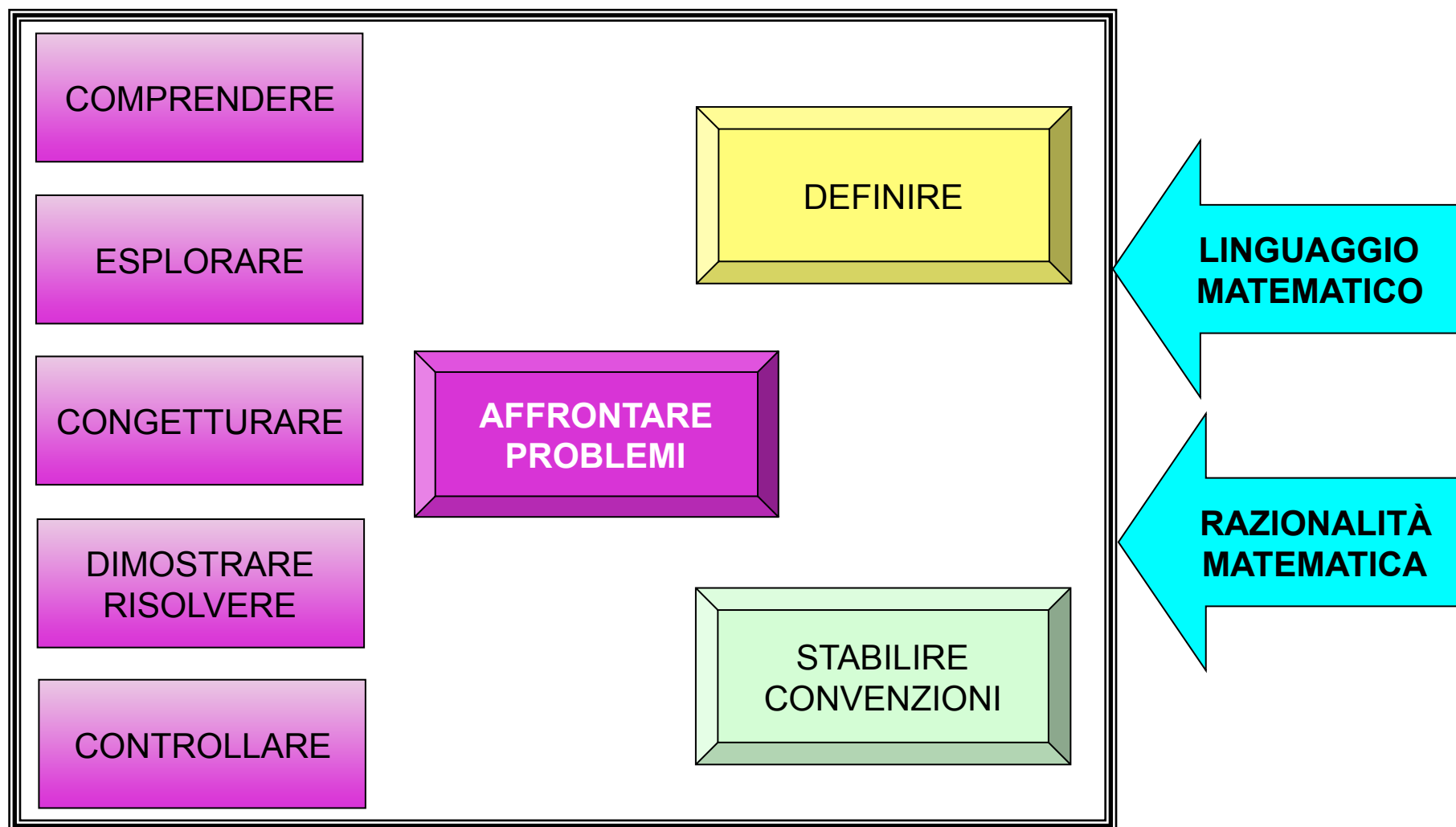
Dalle buone intenzioni alle buone pratiche

una riduzione semplicistica della complessità

Per prevenire una visione distorta della matematica

- lavorare sui *processi* tipici della matematica

- i **processi tipici della matematica** sono messi in moto dai problemi
- i **problemi** sono centrali nell'attività matematica



Per prevenire una visione distorta della matematica

- lavorare sui *processi* tipici della matematica
- ragionare sui *perché* dei diversi fatti matematici (teoremi, definizioni, convenzioni)
- proporre problemi e non solo esercizi: in classe, senza il vincolo della valutazione

- non c'è una procedura nota da applicare per raggiungere l'obiettivo
- l'*errore* va messo nel conto
- è necessario *tempo*: per riflettere, per esplorare, per congetturare...
- permette di lavorare su abilità, conoscenze, **competenze**

- c'è una procedura nota da applicare per raggiungere l'obiettivo
- l'*errore* è indicatore di un'applicazione scorretta della procedura
- il *tempo* è quello dell'esecuzione della procedura
- permette di lavorare su conoscenze e abilità

problemi

esercizi

Per prevenire una visione distorta della matematica

- lavorare sui *processi* tipici della matematica
- ragionare sui *perché* dei diversi fatti matematici (teoremi, definizioni, convenzioni)
- proporre problemi e non solo esercizi: in classe, senza il vincolo della valutazione
- ripensare il ruolo di *errore* e *tempo*

Per prevenire una visione distorta della matematica

- lavorare sui *processi* tipici della matematica
- ragionare sui *perché* dei diversi fatti matematici (teoremi, definizioni, convenzioni)
- proporre problemi e non solo esercizi: in classe, senza il vincolo della valutazione
- ripensare il ruolo di *errore* e *tempo*

Per prevenire un basso senso di auto efficacia

Per prevenire una visione distorta
della matematica

Problem
solving

**STRATEGIE
DIDATTICHE
POTENTI**

Didattica
laboratoriale

Per prevenire un basso senso
di auto efficacia

Per prevenire una visione distorta
della matematica

Problem
solving

**STRATEGIE
DIDATTICHE
POTENTI**

Didattica
laboratoriale

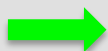
QUALI PROBLEMI?

Per prevenire un basso senso
di auto efficacia

Un *buon* problema per favorire un atteggiamento positivo verso la matematica

- Permette di lavorare su:

- **conoscenze, abilità**
- **competenze**



Vedi Indicazioni nazionali

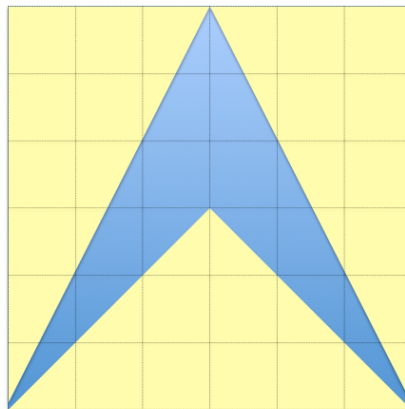
Ma anche:

- Promuove **una visione adeguata** della matematica:
 - Fa comprendere la varietà dei perché
 - Favorisce l'attivazione dei processi tipici della matematica: comprendere, esplorare, congetturare, argomentare, dimostrare, attivare processi di controllo
 - Permette diversi approcci, diversi processi risolutivi, addirittura diverse soluzioni
- Sostiene **il senso di autoefficacia**:
 - È comprensibile
 - Permette l'esplorazione
 - Permette di valorizzare le risposte parziali
 - Permette diversi approcci, diversi processi risolutivi, addirittura diverse soluzioni

ATTIVITÀ

La punta della freccia (4^a e 5^a primaria, 1^a e 2^a secondaria di 1° grado)
adattato da *Area of arrow*, http://mathschallenge.net/view/area_of_arrow

All'interno di un quadrato viene disegnata la punta di una freccia in questo modo:



Qual è l'area della punta della freccia?

Versioni alternative:

a) Presentare solo il disegno del quadrato, e dare la seguente consegna:

All'interno del quadrato disegnato sopra fai un disegno seguendo queste istruzioni:

- unisci i vertici della base con il punto medio del lato opposto
- poi unisci i vertici della base con il centro del quadrato.

Come chiameresti la figura che hai ottenuto?

Qual è la sua area?

b) Chiedere: descrivi tutte le strategie che ti vengono in mente per trovare l'area della punta della freccia

Attività

0. È **davvero un problema?**

1. Permette di lavorare su obiettivi significativi dell'educazione matematica?

1.1 obiettivi d'apprendimento: *se sì, quali?*

1.2 competenze, anche quelle trasversali: *se sì, quali?*

In conclusione, è **significativo?**

2. È **comprensibile** dal punto di vista della forma linguistica?

Se no, quali sono gli elementi di difficoltà?

3. Promuove **una visione adeguata** della matematica?

3.1 Fa comprendere la varietà dei perché della matematica

3.2 Favorisce l'attivazione dei processi tipici della matematica: comprendere, esplorare, congetturare, argomentare, dimostrare, attivare processi di controllo

Se sì, su quali processi permette di lavorare?

3.3 Permette diversi approcci, diversi processi risolutivi, addirittura diverse soluzioni: *se sì, quali?*

4. Sostiene **il senso di autoefficacia?**

4.1 Permette l'esplorazione

4.2 Permette di valorizzare le risposte parziali

4.3 Permette diversi approcci, diversi processi risolutivi, addirittura diverse soluzioni: *se sì, quali?* (vedi risposta 3.3)

Altre osservazioni:

sperimentazioni

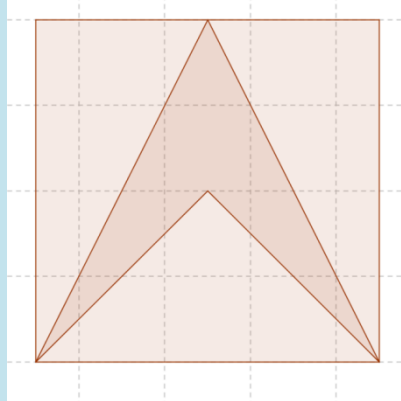
L'area della freccia

SPERIMENTAZIONI (Livorno):

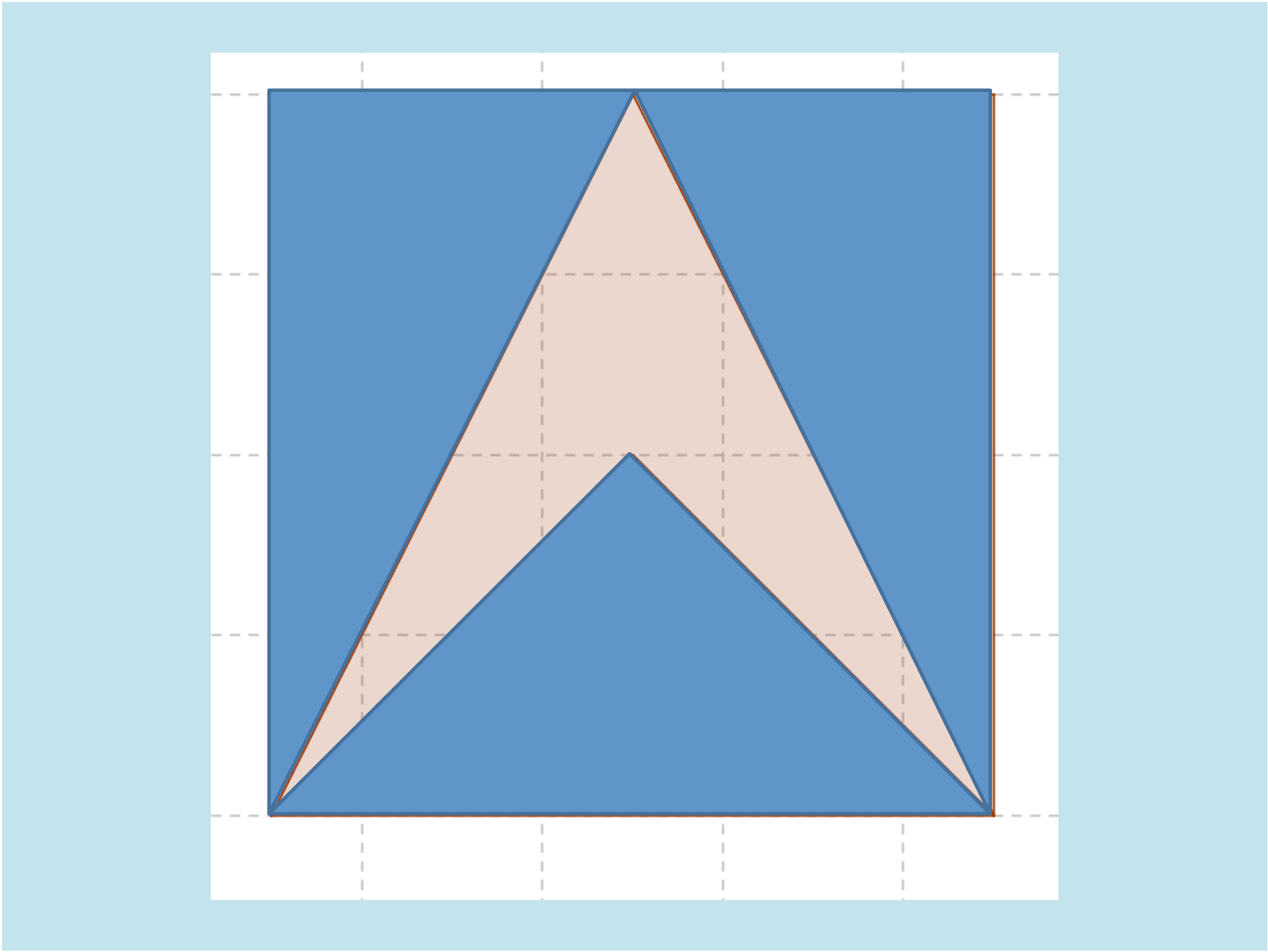
Lavoro a gruppi in alcune classi quarte della scuola primaria Carlo Bini.

Lavoro a gruppi o a coppie in alcune classi seconde delle scuole secondarie di primo grado Michelangelo (Livorno) e Anchise Picchi (Collesalveti).

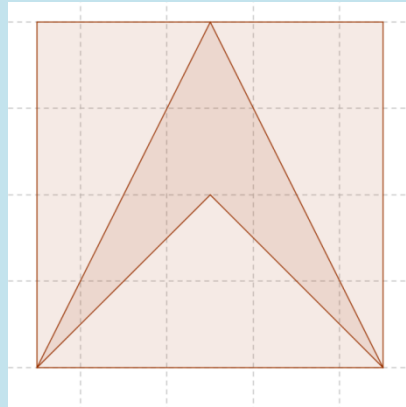
Strategie risolutive



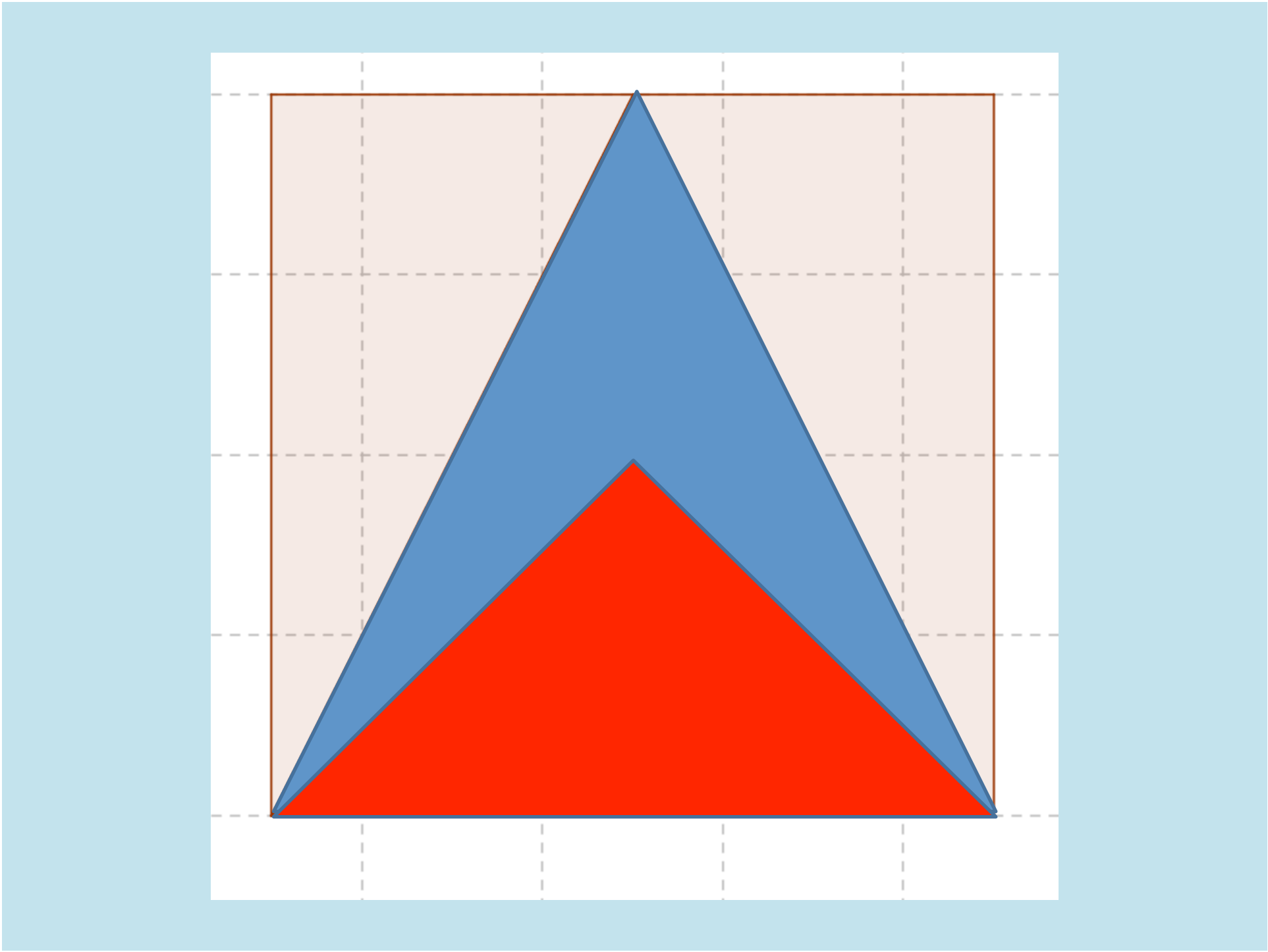
1. Differenza tra l'area del quadrato e le aree dei tre triangoli «esterni»



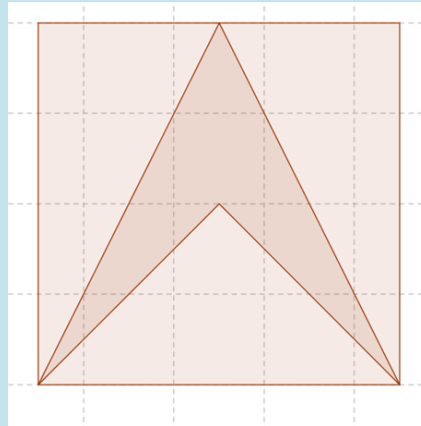
Strategie risolutive



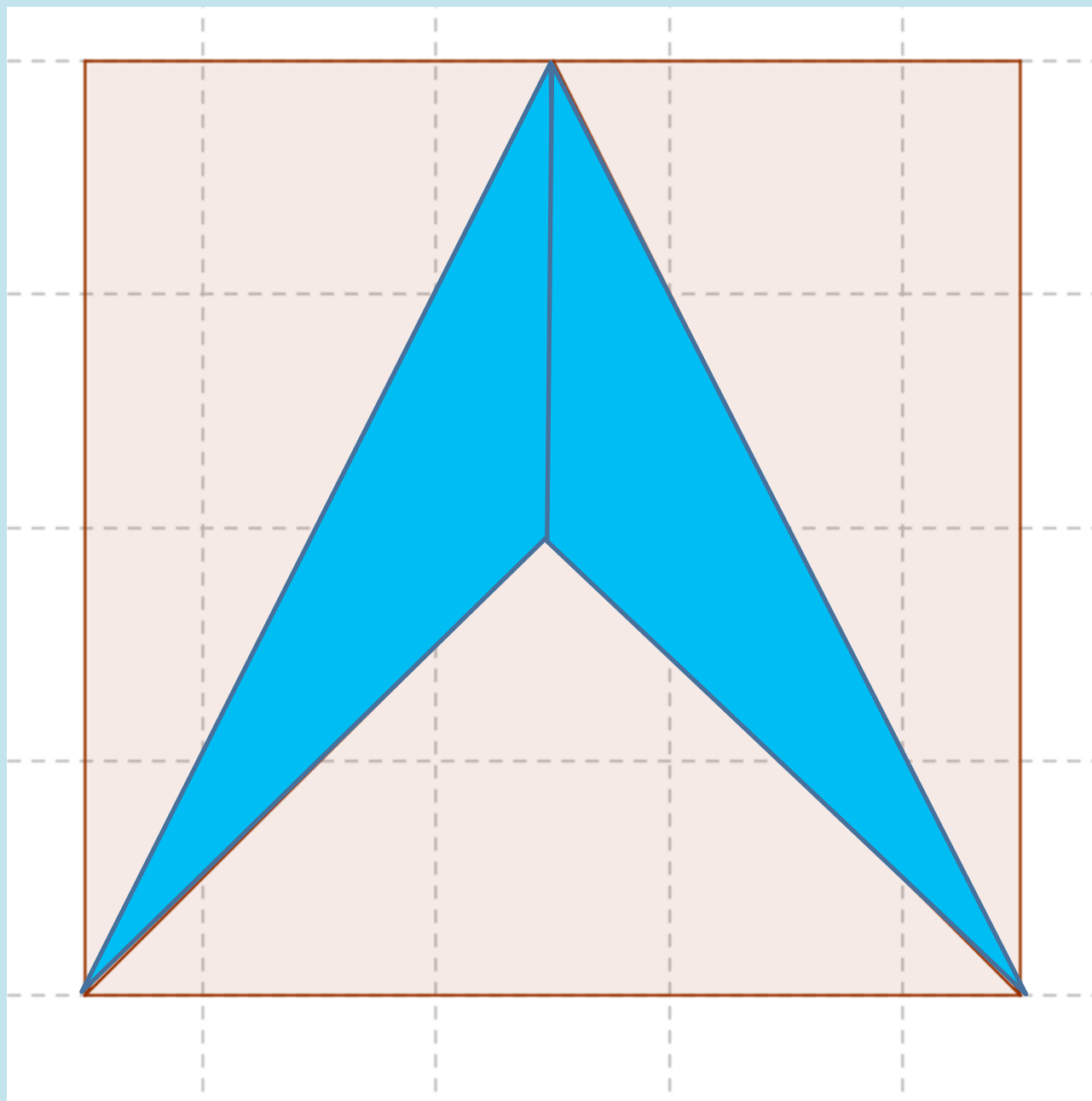
2. Differenza tra le aree di due triangoli
isosceli



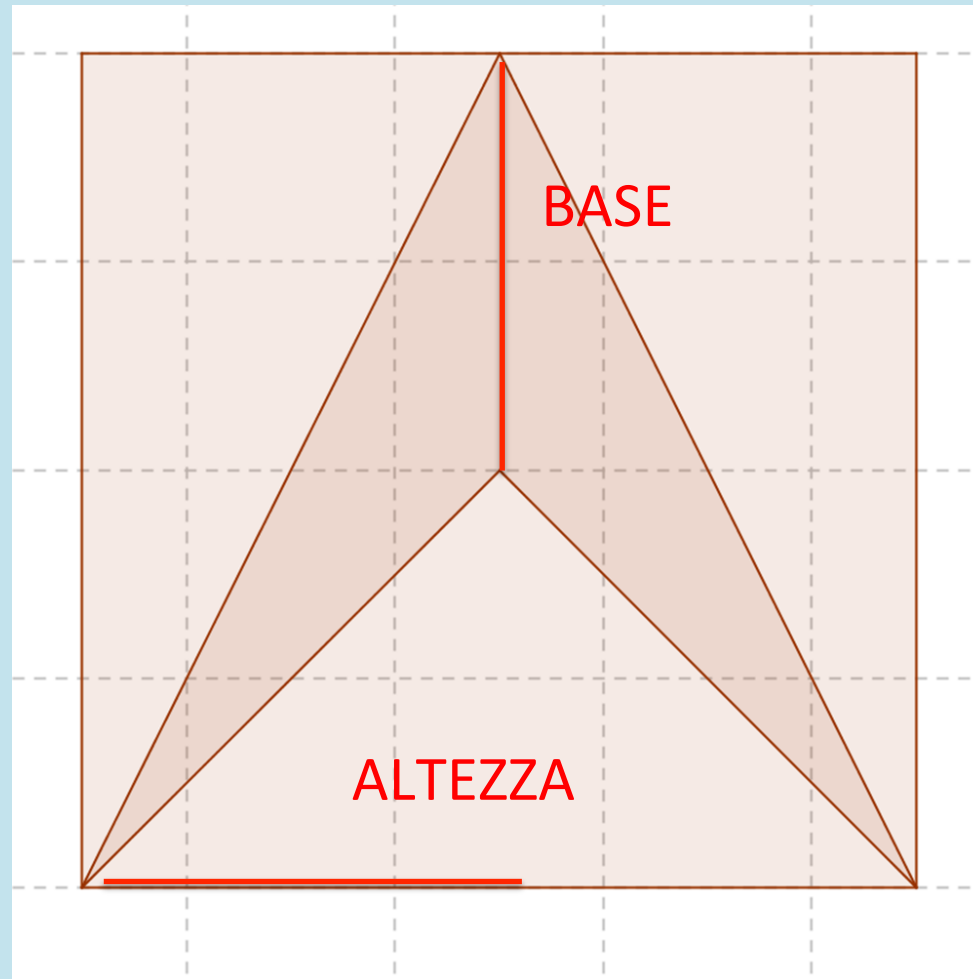
Strategie risolutive



3. Somma delle aree dei triangoli
ottusangoli congruenti



...ma come si fa a calcolare l'area di quei triangoli ottusangoli?

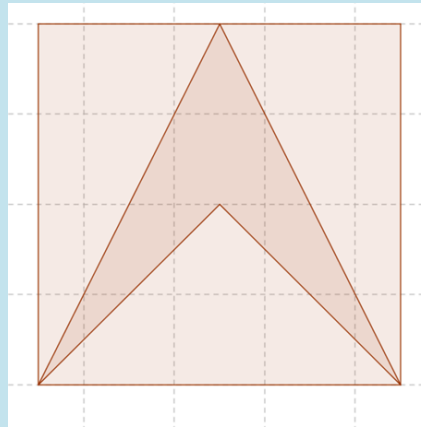


Qual è l'area di quel triangolo ottusangolo?

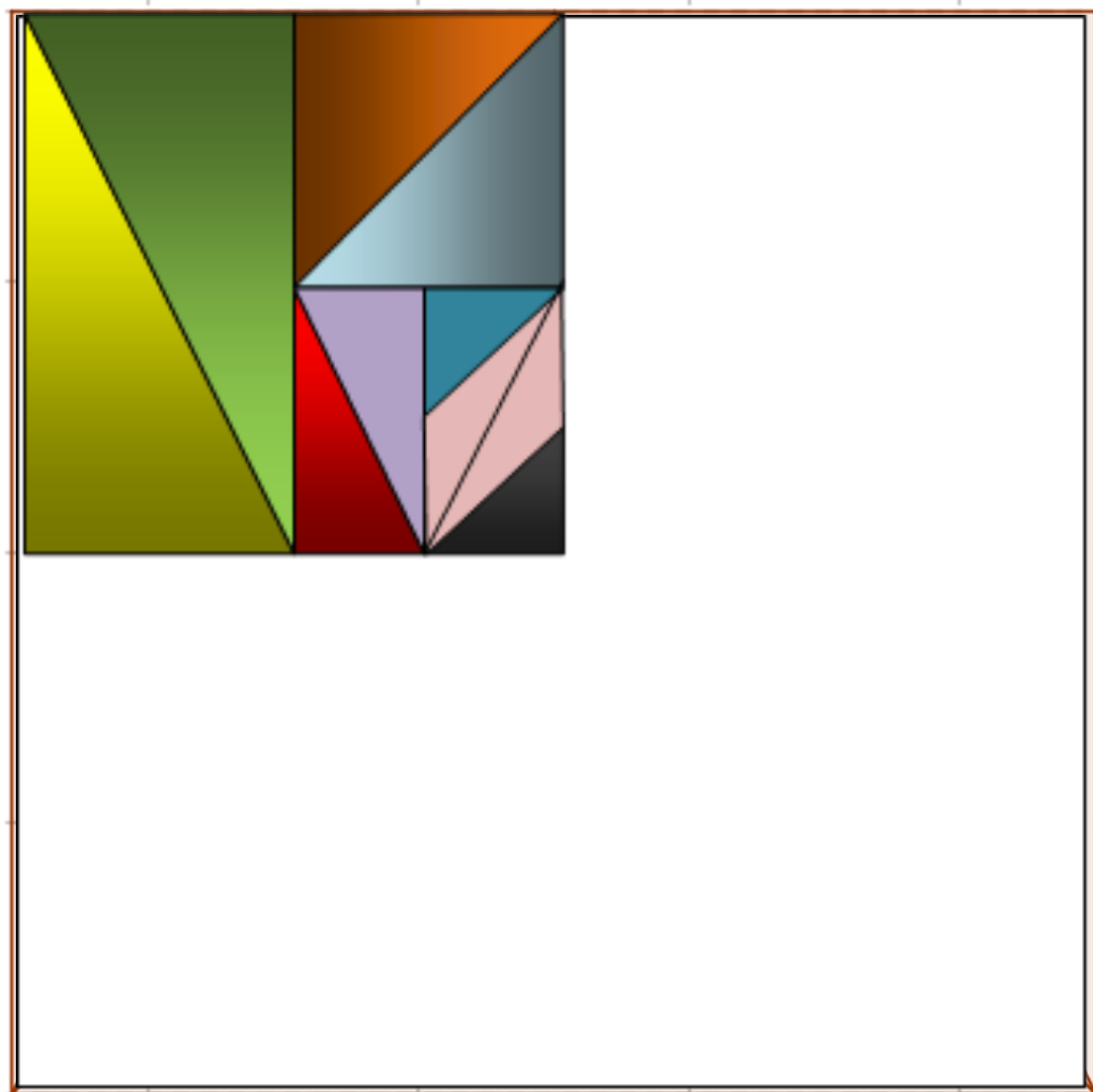


Importanza delle
conoscenze
pregresse

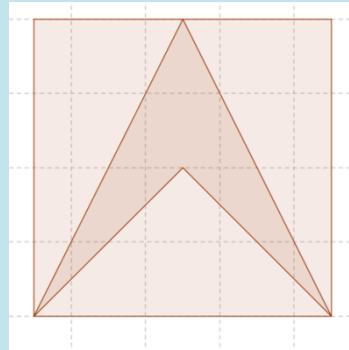
Strategie risolutive



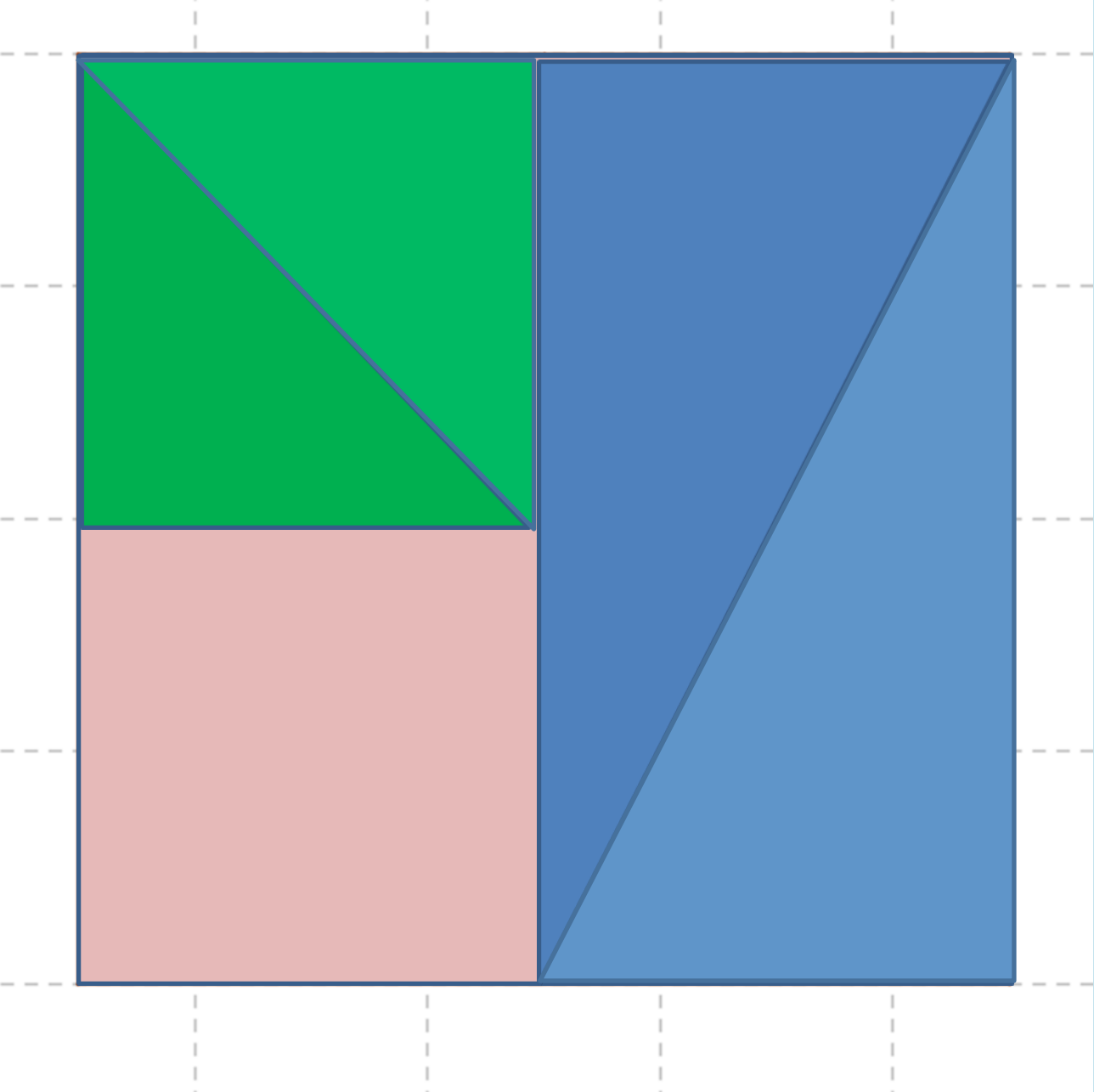
4. Divisione in quattro del quadrato iniziale e composizione dei pezzetti di freccia in un quarto di quadrato



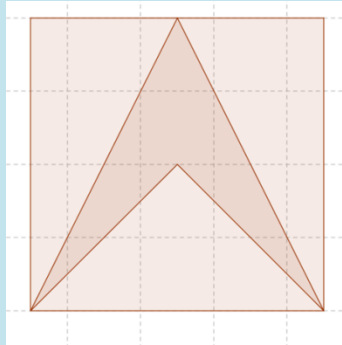
Strategie risolutive



5. Ricomposizione della freccia come differenza tra il quadrato iniziale e quattro triangoli rettangoli che formano rispettivamente un rettangolo (che è metà del quadrato) e un quadrato (che è un quarto del quadrato iniziale): l'area della freccia è quindi sempre un quarto del quadrato iniziale.



Strategie risolutive



6. Divisione in quadratini e conteggio dei quadratini che rimangono fuori dalla freccia

Tavola pitagorica

Un esempio di attività articolata:
Esplorare, congetturare e argomentare
con la tavola pitagorica

Da un'idea di Claudio Bernardi

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	56	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Alcune domande- stimolo

- Cosa ti aspetti: saranno di più i pari o i dispari?
Perché?
- Controlla: evidenzia i pari sulla tua tavola.
- Sono di più i pari o i dispari?
- Perché?

Numeri divisibili per 2 (pari)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	72	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Alcune domande- stimolo

- Cosa ti aspetti: saranno di più i pari o i dispari?
Perché?
- Controlla: evidenzia i pari sulla tua tavola.
- Sono di più i pari o i dispari?
- Perché?

x	PARI	DISPARI
PARI	PARI	PARI
DISPARI	PARI	DISPARI

- E nel caso della somma?

- Evidenzia nella tua tavola i numeri:
 - divisibili per 3
 - divisibili per 5
 - divisibili per 7
- Cosa osservi?

Numeri divisibili per 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Numeri divisibili per 5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	72	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Numeri divisibili per 7

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	72	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

- Cosa ti aspetti che succeda se fai la stessa cosa con 4?
- Controlla.

Numeri divisibili per 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	72	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

- Cosa ti aspetti che succeda se fai la stessa cosa con 4?
- Controlla.
- Come mai succede questo?

→ Definizione di *numero primo* (da 'aggiustare' in seguito)

Numeri divisibili per 6

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	72	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Numeri divisibili per 8

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	72	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Numeri divisibili per 9

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	72	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Numeri divisibili per 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	72	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Ci sono più numeri divisibili per 4 o più numeri pari? Perché?

Può capitare che un prodotto sia multiplo di 4 anche se *nessuno* dei fattori è multiplo di 4? Perché?

Tutti i multipli di 4 sono pari? Perché?

Tutti i numeri pari sono multipli di 4?

E' vero o falso?

Il prodotto di due numeri naturali è pari se *almeno* uno dei fattori è pari.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	56	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	56	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

$$63 = 7 \times 9$$

$$80 = 8 \times 10$$

$$70 = 7 \times 10$$

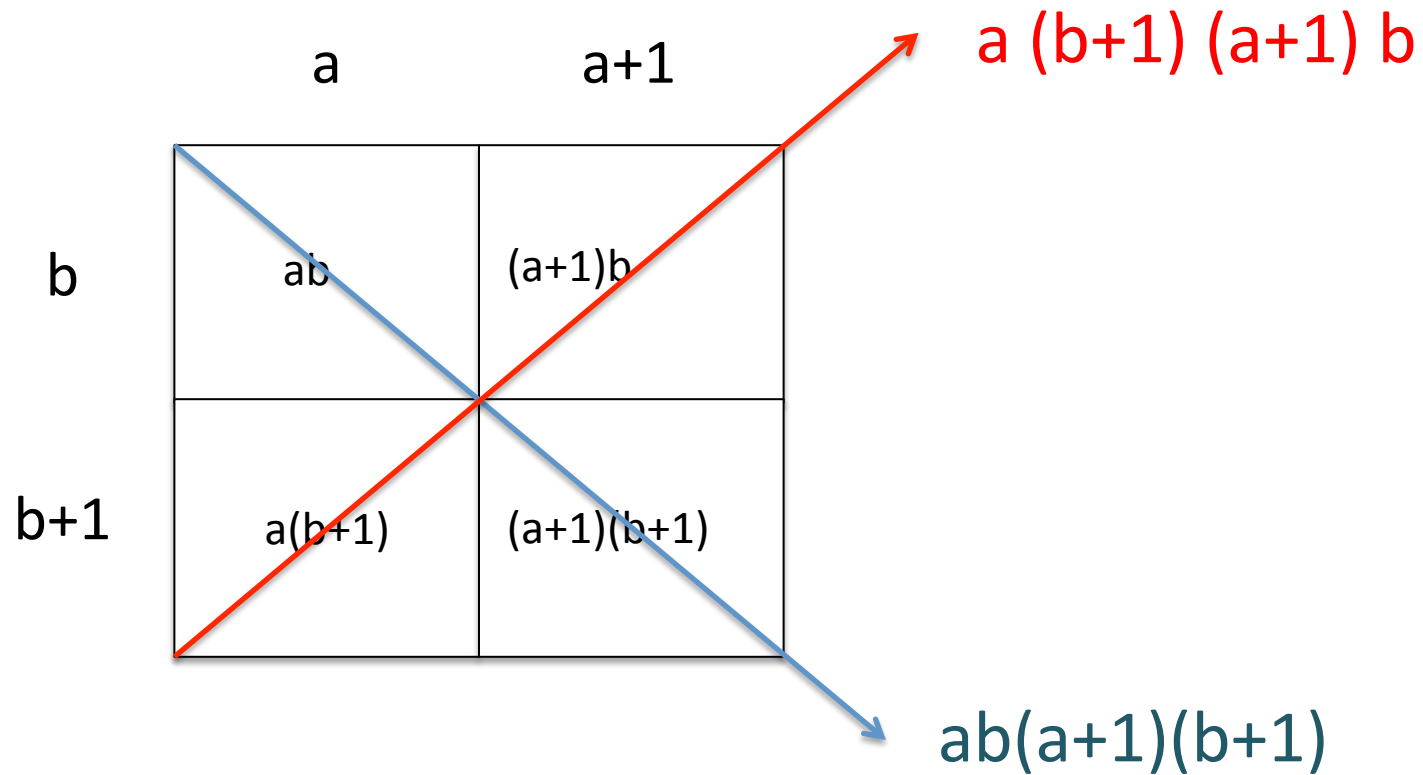
$$72 = 8 \times 9$$



$$63 \times 80 = 7 \times 9 \times 8 \times 10$$

$$70 \times 72 = 7 \times 10 \times 8 \times 9$$

Si può dimostrare in generale?



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	56	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

